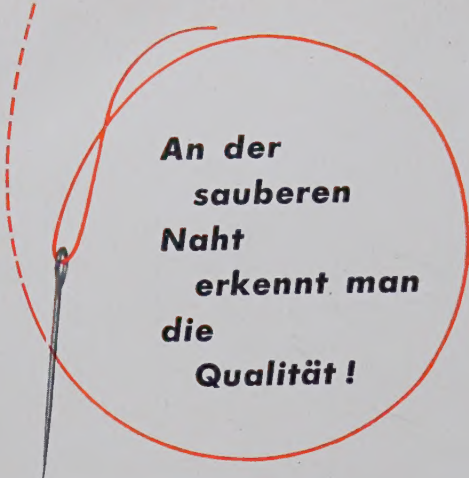


DER STAHLBAU

SCHRIFTLEITUNG: PROF. DR.-ING. DR.-ING. E.h.K. KLÖPPEL · DARMSTADT
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN BERLIN-WILMERSDORF

Heft 5 — Mai 1959



**An der
sauberen
Naht
erkennt man
die
Qualität !**

Die laufende Auswertung neuester Forschungsergebnisse und Erfahrungen unserer in- und ausländischen Werke garantieren höchstmögliche Qualität unserer Erzeugnisse.

Wir liefern:

Schweißelektroden

Netzmantel-Elektroden

Automatenschweißdrähte

Schweißpulver für die UP-Schweißung

Oxyarc-Elektroden und Oxyarc-Geräte
für das Sauerstoff-Lichtbogenschneiden

Autogen-Falzdrähte für NE-Metalle

EB-Weld-Einlegeringe für das EB-Weld-
Wurzelnahtschweißen von Rohrleitungen

Lichtbogen-Schweißautomaten für die
UP-, Netzmanteldraht- und
CO₂-Schweißung

Halbautomaten für die UP- und
CO₂-Schweißung

Schweißtransformatoren u. Gleichrichter
in zahlreichen Typen für Schweiß-
strombereiche von 20–1000 Ampere

Schweißvorrichtungen, motorlose, dreh-
und schwenkbare Positionsgeräte für
die Ausführung von Schweißungen
in Wannenlage.

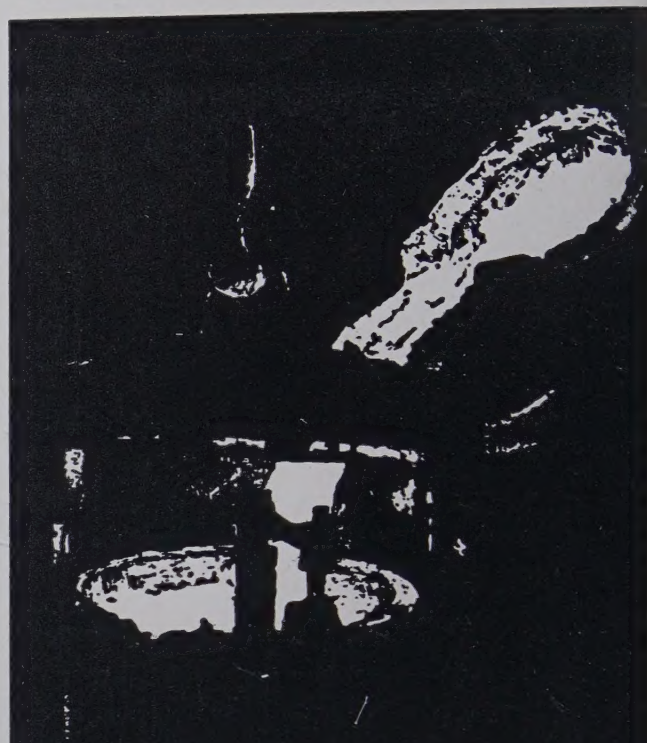
Dieselschweißaggregate, Schweißstrom-
bereich 35–300 Ampere

Schweißplatzausrüstungen



ARCO

Gesellschaft für Schweißtechnik m. b. H.
Aachen, Jülicher Str. 122/134
Tel.: 348 41/42, 219 41–43
Fernschreiber 8/32701



BÖHLER

EDELSTÄHLE UND ERZEUGNISSE AUS EDELSTAHL

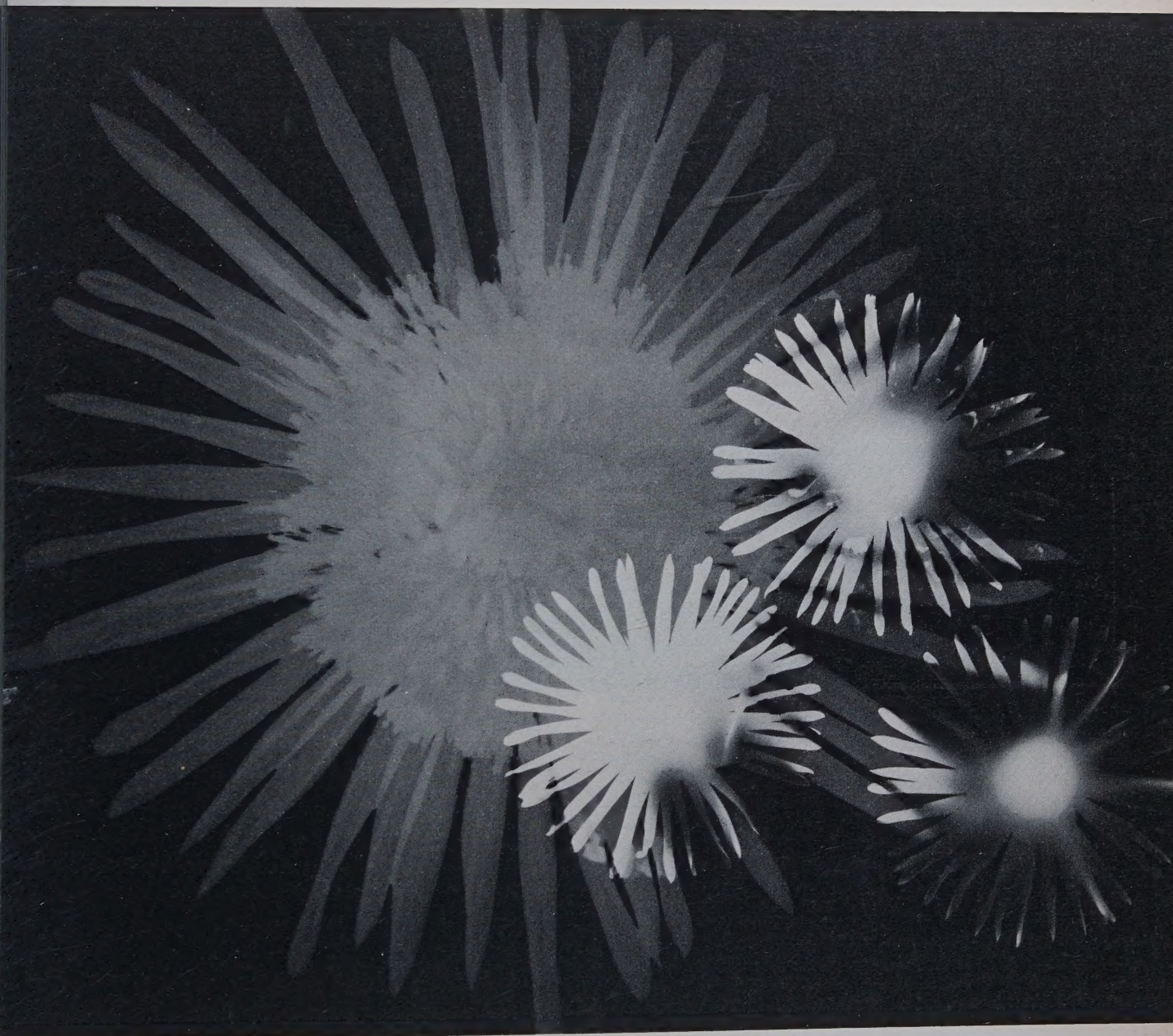
Stabstahl · Bleche
Schmiedestücke
Elektroden und Schweißdrähte
für sämtliche
Verwendungszwecke
Hartmetall » Böhlerit «
Feinguß » Exactus «
Autofedern
Stahlformguss
Ventilkegel
Preßluftwerkzeuge

GEBR. BÖHLER & CO.
AKTIENGESELLSCHAFT
EDELSTAHLWERKE



Verkaufsniederlassungen und Vertretungen in allen bedeutenden
Städten Deutschlands und in allen Ländern der Welt

Agile

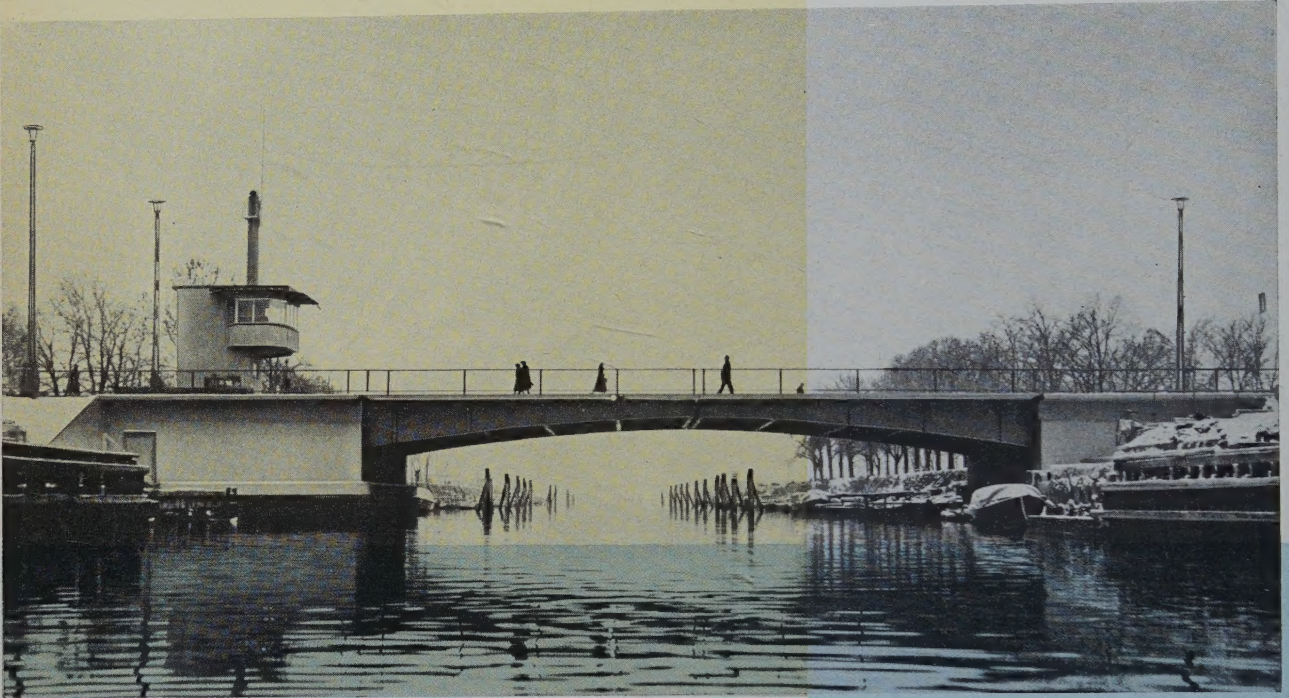


bundesgartenschau dortmund 1959

das angenehme mit dem nützlichen verbinden

sie durch einen besuch in dortmund, wo die bundesgartenschau und wir auf sie warten
in unserem werk zeigen wir ihnen gern, was alles dazu gehört, eine elektrode in agil-güte zu entwickeln

AGIL SCHWEISSDRAHT DR. VAAS GMBH · DORTMUND · SPRINGORUMSTRASSE 140



Doppelklappbrücke Moss in Norwegen
System Scherzer mit unter der Fahr-
bahn angeordnetem Gegengewicht
und unter der Mitte befindlichem Kur-
belantrieb.

BEWEGLICHE BRÜCKEN

SCHLEUSEN- UND WEHRANLAGEN
DOCK- UND SPERRTORE · SCHIFFS-
HEBEWERKE · SCHIFFSAUFSCHELLEN

MASCHINENFABRIK AUGSBURG-NÜRNBERG AG · WERK GUSTAVSBURG

DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Kurt Klöppel,
Darmstadt, Technische Hochschule

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin-Wilmersdorf
Hohenzollerndamm 169, Ruf: 87 15 56

8. Jahrgang Berlin, Mai 1959 Heft 5

Inhalt

Seite

Scheer, Joachim, Dipl.-Ing., Darmstadt: Zum Problem
der Gesamtstabilität von einfach-symmetrischen
I-Trägern (I. Teil) 113

Jawerth, David, Beratender Ingenieur, Stockholm: Vor-
gespannte Hängekonstruktion aus gegensinnig ge-
krümmten Seilen mit Diagonalverspannung 126

Appeltauer, Josef, Dipl.-Ing., Timisoara/Rumänien: Nä-
herungsverfahren zur Bestimmung der Grundfre-
quenzen freischwingender Rahmen 131

Ackermann, Hermann, Obering., Würzburg: Vergleichende
Betrachtungen über die verschiedenen technischen
Einrichtungen zum Sandstrahlen von Stahlkonstruk-
tionen 134

Verschiedenes:

Weiß, Wilh., Dr.-Ing., Traunstein: Der Neubau des „Time
and Life Building“ im Rockefeller Center in New
York 137

Reinsch, Hans, Berlin: Neue Wege des Korrosions-
schutzes 139

Persönliches 139

Bücherschau 140

Bezugsbedingungen

Vierteljährlich 7,50 DM (Ausland nur ganzjährlich 30,— DM), Einzelheft
3,— DM und Zustellgeld. Monatlich ein Heft, Bezugspreis im voraus zahl-
bar. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung und jede Postanstalt oder
der Verlag entgegen. Postscheckkonto: Berlin-West 16 88. Abbestellungen
einen Monat vor Schluß des Kalendervierteljahres.

Bestellungen für das Ausland sind zu richten

für Österreich an Rudolf Lechner & Sohn, Wien I/1, Seilerstätte 5,
für die Schweiz an Verlag für Wissenschaft, Technik und Industrie AG.,
Basel, Schützenmattstraße 43,
für Italien an Libreria Commissionaria Sansoni, Firenze, Via Gino
Capponi 26,
für das gesamte übrige Ausland und Übersee an I. R. Maxwell & Co. Ltd.,
London W 1, 4/5 Fitzroy Square.



Mehrfeldrahmen

Fertige Formeln für Durchlaufrahmen,
Hallen- und Stockwerkrahmen, sowie
Zahlentafeln für Sonderformen

1. Band: Beliebige vielfeldrige, ein- und zweigeschossige
unverschiebbliche und elastisch verschiebbliche
elastisch drehbar eingespannte Durchlaufrahmen
7., neu bearbeitete und bedeutend erweiterte Auflage des
Werkes „Kleinlogel: Mehrstielige Rahmen“, in 3 Bänden.
90 Rahmenformen mit 192 allgemeinen und 103 Sonder-
Belastungsfällen, mit 2 Zahlenbeispielen und insgesamt
450 Bildern, Gr.-8°, XXXII, 460 Seiten.

Geheftet DM 64,—, Ganzleinen DM 68,—

Band 2 erscheint voraussichtlich 1960 und Band 3 1961.

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

Berlin-Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 169

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Soeben erschienen:

Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Konrad Sattler

Theorie der Verbundkonstruktionen

Spannbeton
Stahlträger in Verbund mit Beton

Zweite, neubearbeitete
und wesentlich erweiterte Auflage

Band 1: Theorie Band 2: Zahlenbeispiele

Großoktav, Band 1 und 2 zusammen XXIV, 521 Seiten,
mit 228 Bildern, 107 Tafeln und tabulierten Funktionen.

Geheftet DM 90,— Ganzleinen DM 98,—

Das Werk erschien in 2 Bänden.
Abgabe erfolgt nur geschlossen.

VERLAG VON
WILHELM ERNST & SOHN · BERLIN

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Schriftleitung:

Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Kurt Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule
Fernsprecher: Darmstadt 85 21 45

28. Jahrgang

BERLIN, Mai 1959

Heft 5

Zum Problem der Gesamtstabilität von einfach-symmetrischen I-Trägern¹⁾

Von Dipl.-Ing. Joachim Scheer, Darmstadt

DK 624.075.4 : 624.075.3

I. Teil: Allgemeine Herleitungen

Einleitung

Für die im Stahlbau verwendeten gewalzten, genieteten und geschweißten I-Träger ist die aufnehmbare Belastung oft durch Instabilitätserscheinungen begrenzt. Bei der Bemessung sind daher die Sicherheiten gegen Knicken, Kippen, Biegedrillknicken und Beulen nachzuweisen. Die Nachweise werden auf Grund von Theorien errachtet, für die eine Reihe von Annahmen und Idealisierungen getroffen werden. Neben Voraussetzungen für den Werkstoff, idealer Anfertigung des Traggebildes und Einleitung der Belastung sind insbesondere Annahmen über das Verhalten des Tragkörpers beim Eintreten der Instabilität.

Letztere stehen mehr oder weniger im Widerspruch zum wirklichen Verhalten, sind aber zur Vereinfachung der Stabilitätsuntersuchungen von Vorteil oder sogar zu deren Durchführung erforderlich. So werden Knick-, Kipp- und Biegedrillknickenachweise für Stäbe oder Träger geführt, die beim Ausweichen ihre Querschnittsgestalt beibehalten, während die Beuluntersuchung das Ausweichen nur eines Querschnittsteiles, nämlich des Steges, unter der Annahme unverschieblicher Lagerung seiner Ränder verfolgt.

Das Gesamtstabilitätsproblem des Tragwerkes wird also bei den üblichen Untersuchungen in zwei Teilprobleme getrennt. Für die Berechnung jedes der beiden Teilprobleme werden die vorhandenen Ausweichmöglichkeiten um jene reduziert, die gerade für das andere Teilproblem kennzeichnend und maßgebend sind. Die Knick- oder Biegedrillknickenuntersuchung des Stabes oder die Kippuntersuchung des Trägers schließt durch die Annahme, daß die Querschnittsgestalt erhalten bleibt, die Möglichkeit eines mit Beulerscheinungen kombinierten Versagens aus. Umgekehrt schließt die Annahme unverschieblicher Lagerungen der Längsränder des Stegbleches bei der Beuluntersuchung ein z. B. mit Kippen kombiniertes Versagen aus. Man wird erwarten, daß die getrennten Stabilitätsuntersuchungen gerade dann unsichere Ergebnisse ergeben, wenn z. B. Kipp- und Beulspannung gleich groß sind. Gelegentlich spricht man dann von einer u. U. möglichen gegenseitigen Beeinflussung der Instabilitäten und will damit sagen, daß gerade in diesem Fall die Trennung in zwei Teilprobleme Ergebnisse liefert, die vielleicht eine zu hohe Stabilitätsgrenze vortäuschen. Andererseits bezweifelt man die Ergebnisse bei großen Unterschieden z. B. zwischen Kipp- und Beulspannung nicht, sondern erwartet im Gegenteil bei hoher Kippspannung, daß die Beulgrenze durch die elastische Einspannung des Stegbleches in die Gurte höher liegt, als sie unter Voraussetzung Navierscher Randbedingungen ermittelt wird.

Die vorhergehenden Überlegungen sind nur qualitativ; jedoch fehlt — abgesehen von einer Arbeit von Chwalla für den rein gedrückten Stab [1] — bisher eine genauere und quantitative Untersuchung darüber, ob und wann die Aufteilung in zwei Teilprobleme berechtigt ist. Diese Untersuchung wird im folgenden allgemein aufbereitet und für einige Beispiele zahlenmäßig durchgeführt. In der Problemstellung kommt unserer Untersuchung die Arbeit von Chwalla [1] am nächsten, in der für den Druckstab mit I-Querschnitt die Gesamtstabilität berechnet wird. Die Untersuchung geht von der Bryanschen Differentialgleichung für die Plattenbeulung aus und berücksichtigt die Gurte in den Randbedingungen an den Längsrändern der Platte. Die Rechnung führt zu einer sehr umfang-

reichen und nur mit erheblichem Rechenaufwand durch Probieren auswertbaren Stabilitätsbedingung. Der Sonderfall dieser Aufgabe mit Gurten ohne Drillsteifigkeit wurde vor Chwalla von Melan [2] angegeben und von Rendulic [3] ausgewertet.

Daß die Untersuchungen von Chwalla und Melan/Rendulic das Gesamtstabilitätsproblem zum Ziel haben, erkennt man deutlich an der Art der Randbedingungen für die Bryansche Differentialgleichung, die an den Längsrändern des Steges formuliert werden müssen. Bei allen reinen Beul-, also Teilproblemuntersuchungen kommen wir mit homogenen Randbedingungen aus; wir erfassen damit die unverschiebliche und gelenkige Lagerung (Naviersche Randbedingungen), den eingespannten und den freien Rand. Dagegen mußten bei den oben angegebenen Arbeiten inhomogene Randbedingungen benutzt werden; bei Melan-Rendulic bleibt allerdings eine homogene Bedingung, da die Drillsteifigkeit der Gurte vernachlässigt wird.

Beulaufgaben mit homogenen Randbedingungen sind neben den zahlreichen Arbeiten mit Hilfe der Energiemethode auch mehrfach durch Lösen der Bryanschen Differentialgleichungen behandelt worden [4], [5], [6], [7], [15]. Außer den beiden obigen Arbeiten sind dem Verfasser keine mit inhomogenen Randbedingungen an den Längsrändern des Steges bekannt.

Es ist daher das Ziel dieser Arbeit, die Gesamtstabilität gerader Träger mit mindestens einfach symmetrischen, auch ausgesteiften I-Querschnitten zu bestimmen, die in ihrer Längsrichtung durch über die Stablänge unveränderliche Normalspannungen beansprucht werden und an den Enden in der Symmetrieachse unverschieblich und gelenkig gelagert sind. Anders ausgedrückt ist die Arbeit eine Beuluntersuchung für den Stab des I-Trägers mit inhomogenen, den mechanischen Eigenschaften der Gurte entsprechenden Randbedingungen an den Längsrändern unter Berücksichtigung der Instabilitätsgefahren der Gurte. Für nicht ausgesteifte Stege werden in der Originalarbeit Zahlenwerte angegeben, die mit wenigen einfachen Rechenschritten erlauben, für eine lineare Spannungsverteilung über die Trägerhöhe mit gegengleichen Randwerten die Gesamtstabilität zu berechnen.

Mit dem in der Arbeit gewählten Lösungsweg folgen wir einem unter dem Namen Matrizenmethode in den letzten Jahren häufiger verwendeten Verfahren. Es wurde von W. T. Thomson [23], H. Unger und H.-W. Schäfer [24], Fuhrke [8] und Pestel [9] für Schwingungsaufgaben und z. B. von Schnell [10] für Stabilitätsuntersuchungen mehrfeldriger Druckstäbe beschrieben. Zusammenfassende Arbeiten veröffentlichten z. B. Marguerre [11], Falk [12] und Woernle [13]. Insbesondere hat Schnell [14] die Methode auf Beuluntersuchungen angewandt.

2. Voraussetzungen

Für die folgenden Untersuchungen ist Hookescher Idealwerkstoff vorausgesetzt.

Der Träger oder Stab wird als ideal gerade, die Krafteinleitung als ideal mittig bezüglich der Symmetrieebene angenommen.

Krümmungen des Trägers oder Stabes in seiner Symmetrieebene werden vernachlässigt. Die Rechnung wird also für einen Tragkörper vorgenommen, der in der Stegblechebene so vorgekrümmt ist, daß er gerade beim Erreichen der Stabilitätsgrenze die ideal gerade Form erhält.

¹⁾ Auszugsweise Wiedergabe der von der Fakultät für Bauingenieurwesen der Technischen Hochschule Darmstadt zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs genehmigten Dissertation D 17. Referent: Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. K. Klöppel, Korreferent: Professor Dr. A. Walther.

Der I-Träger soll an den Enden unverschieblich und in der Symmetrieebene gelenkig gelagert sein (Bild 1). Die Lagerung würde bei der üblichen Beuluntersuchung mit Navierschen Randbedingungen an den Querrändern des Stegbleches eingeführt werden. Bei

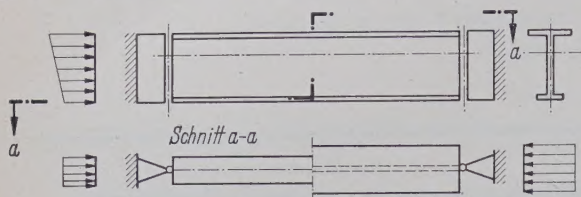


Bild 1. Lagerung und Beanspruchung des Tragkörpers

der üblichen Untersuchung des im allgemeinen durch Normalkraft und Biegung beanspruchten Stabes wäre der Biegedrillknicknachweis für gelenkige und wölbfreie Lagerung zu erbringen, da der Steg bei einfach symmetrischen I-Profilen wölbfrei ist. Die Kippuntersuchung bei reiner Momentenbeanspruchung hätte die gleiche Lagerung. Der Sonderfall des doppelsymmetrischen Querschnittes mit reiner Normalkraftbelastung würde als Eulerfall II nachgewiesen werden, daneben unter Umständen als reiner Drillfall. Gurtquerschnitte werden in der Rechnung mit unendlich kleiner Höhe angesetzt.

Die Spannungsverteilung über die Höhe des Trägers kann beliebig sein.

Instabilitäten infolge Ausweichen in Richtung der Symmetriechse seien ausgeschlossen.

Schließlich gelten die üblichen Voraussetzungen der Platten-theorie.

3. Lösung mit Hilfe von Matrizen

3.1 Allgemeines

Zur Lösung der Aufgabe unterteilen wir die Stegblechbreite in n Abschnitte (Bild 2). In jedem Abschnitt, den wir als Feld bezeichnen wollen, führen wir den Mittelwert der auf dieses Feld wirkenden Spannungen ein.

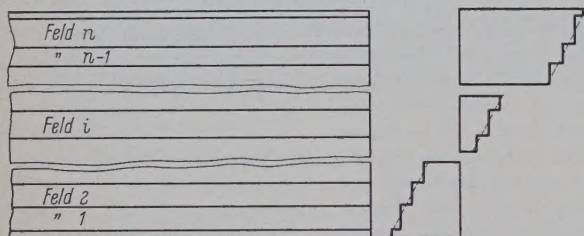


Bild 2. Näherung durch Abtreppen des Spannungsdiagrammes

Unsere Lösung ist somit im allgemeinen eine Näherungslösung, in der wir die vorhandene, über die Trägerhöhe stetig veränderliche Spannung durch eine an den Feldgrenzen sprunghaft veränderliche, innerhalb jedes Feldes konstante Spannung ersetzen. Die Genauigkeit der Näherung werden wir später untersuchen. Bemerkte sei, daß die Beanspruchungen der Gurte und eventuell vorhandener Längssteifen durch die Näherung nicht geändert werden.

Für jedes Feld können wir die Bryansche Differentialgleichung der durch konstante Normalspannungen σ in x -Richtung beanspruchten Platte (Bild 3)

$$N \Delta w + \sigma_{kr} \cdot t \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

mit der Plattensteifigkeit $N = \frac{E t^3}{12(1 - \mu^2)}$ ansetzen. Dabei sind

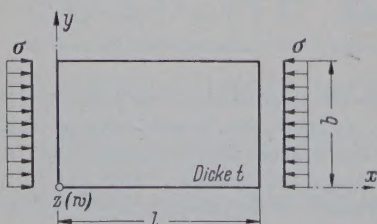


Bild 3. Bezeichnungen für die Bryansche Differentialgleichung

Druckspannungen σ positiv eingeführt; E ist der Elastizitätsmodul, μ die Poissonsche Zahl, die in der folgenden Zahlenrechnung mit $\mu = 0,3$ eingesetzt wird.

Indem wir die kritische Spannung σ_{kr} durch die bei Beuluntersuchungen übliche Bezugsspannung, nämlich die Eulerspannung des Druckstabes von der Länge b (bei dem an Stelle der Biegesteifigkeit EJ die Plattensteifigkeit N eingesetzt wird) $\sigma_e = \frac{\pi^2 N}{b^2 t}$ dividieren, führen wir den dimensionslosen Stabilitätswert

$$s = \frac{\sigma_{kr}}{\sigma_e} \quad (2)$$

ein. Weiter benutzen wir die Verhältniszahlen

$$\xi = \frac{x}{b}, \quad \eta = \frac{y}{b}, \quad \alpha = \frac{l}{b}, \quad \text{also} \quad \xi = \frac{\alpha x}{l}$$

und schreiben für die Ableitungen von w

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} = w' \quad \text{und} \quad \frac{\partial w}{\partial \eta} = \dot{w}$$

Damit folgt aus (1)

$$\Delta \Delta w + s \cdot \pi^2 w'' = 0 \quad (1a)$$

Für die weitere Lösung ist erforderlich, daß die Randbedingungen an den Enden des Stabes, d. h. an den Querrändern $\xi = 0$ und $\xi = \alpha$ des Stegbleches, die Überführung der partiellen Differentialgleichung (1a) durch einen Produktansatz in eine gewöhnliche Differentialgleichung zulassen.

Die im Abschnitt 2 vorausgesetzte Lagerung der Stabendenden mit Navierschen Randbedingungen

$$w = 0 \quad \text{und} \quad \Delta w = 0 \quad \text{für} \quad \xi = 0 \quad \text{und} \quad \xi = \alpha$$

befriedigt der Ansatz

$$w(\xi, \eta) = \sin \frac{m \pi x}{l} w(\eta) = \sin \frac{m \pi \xi}{\alpha} w(\eta) = \sin \vartheta \xi w(\eta) \quad (3)$$

m ist dabei die Zahl der beim Ausbeulen entstehenden Halbwellen in Längsrichtung der Platte, $\vartheta = \frac{m \cdot \pi}{\alpha}$ eine weitere Abkürzung. Die gewöhnliche Differentialgleichung 4. Ordnung mit konstanten Koeffizienten lautet dann

$$w'''' - 2 \vartheta^2 w'' + \vartheta^4 \left(1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2}\right) w = 0 \quad (1b)$$

Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung

$$\lambda^4 - 2 \vartheta^2 \lambda^2 + \vartheta^4 \left(1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2}\right) = 0 \quad (4)$$

sind abhängig von Vorzeichen und Größe des Ausdrucks $\left(1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2}\right)$.

5 Fälle sind zu unterscheiden:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2} &< 0, \text{ d. h. } s > \frac{\vartheta^2}{\pi^2} = \left(\frac{m}{\alpha}\right)^2, \\ 1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2} &= 0, \text{ d. h. } s = \frac{\vartheta^2}{\pi^2} = \left(\frac{m}{\alpha}\right)^2, \\ 0 < 1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2} &< +1, \text{ d. h. } 0 < s < \frac{\vartheta^2}{\pi^2} = \left(\frac{m}{\alpha}\right)^2, \\ 1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2} &= +1, \text{ d. h. } s = 0 \quad \text{und} \\ 1 - \frac{\pi^2 s}{\vartheta^2} &> +1, \text{ d. h. } s < 0. \end{aligned}$$

Um für die weiteren Rechnungen keine Einschränkungen einführen zu müssen, werden wir später alle 5 Möglichkeiten verfolgen.

Wenn wir für jedes Feld i die Lösungen der Differentialgleichung (1b) in der allgemeinen Form

$$w(\eta) = K_1 e^{\lambda_1 \eta} + K_2 e^{\lambda_2 \eta} + K_3 e^{\lambda_3 \eta} + K_4 e^{\lambda_4 \eta} \quad (5)$$

mit den je 4 willkürlichen, mechanisch bedeutungslosen Integrationskonstanten K_i benutzen, würden wir durch die Formulierung der Übergangsbedingungen an jeder Feldgrenze, also $(n-1)$ -mal eine umständliche, bei vielen Feldern nicht mehr durchführbare Elimination von je 4 Konstanten vorzunehmen haben. Da bei n Fel-

en 4 · n Konstante vorhanden sind, würden nach dem Eliminieren n der (allerdings wohl nicht mehr übersehbaren) Gesamtlösung für den Bereich der n Felder 4 Konstante verbleiben. Diese Lösung mit den restlichen 4 Konstanten wäre dann in die 4 Gleichungen für die Randbedingungen an den Längsrändern einzuführen. Das Verschwinden der Koeffizientendeterminante ΔN des so entstehenden Gleichungssystems für die letzten 4 Konstanten K_i wäre die Stabilitätsbedingung.

Die Aussichtslosigkeit, auf diesem Wege auch nur bei einer Einteilung in wenige Felder zum Ziel zu kommen, wird man einsehen, wenn man die Umformungen in der Arbeit von Chwalla [1] verfolgt, die allein für die Untersuchung des Falles konstanter Spannungen σ , also nur eines Feldes i , erforderlich sind.

Barbré [7] hat u. a. für die Platte mit 2 Feldern, mit einer Steife an der Feldgrenze bei homogenen Randbedingungen die Elimination zunächst umgangen, indem er das homogene Gleichungssystem für alle Konstanten aufstellt. Aber die Durchführung der Umrechnung von $\Delta N = 0$ in die geschlossene Beulbedingung ist mit keinem geringeren Aufwand verbunden als die Umformung bei Chwalla. Die Umrechnungen sind nur in allgemeinen Zahlen — meistens Abkürzungen für längere Ausdrücke —, durchzuführen und daher schwer kontrollierbar. Man erreicht damit zwar eine geschlossene Beulbedingung, muß aber in diese für konkrete Fälle Zahlen einsetzen, wobei die ganze Kette von Abkürzungen wieder durchlaufen werden muß; auch diese Rechnungen sind schwer zu kontrollieren.

Bornscheuer [15] umgeht die Elimination ganz, indem er bei der Zahlenrechnung direkt vom homogenen Gleichungssystem für alle Konstante ausgeht. Er setzt geschätzte Näherungen für den Eigenwert ein und findet die Lösung durch wiederholtes Berechnen der Determinante für die Koeffizientenmatrix. Dieses Verfahren führt aber bei einer Einteilung in mehrere Felder zu unangenehm hochgliedrigen homogenen Gleichungssystemen.

3.2. Matrizenmethode für ein Feld

Wir wollen die Nachteile der zuvor beschriebenen Arbeiten umgehen, indem wir an Stelle der Lösung (5) mit dem mühsamen Verknüpfen der Differentialgleichungen an den Feldgrenzen eine Lösung verwenden, in der die 4 Summanden $K_i e^{\lambda_i \cdot \eta}$ so kombiniert werden, daß an Stelle der Konstanten K_i mechanische Größen auftreten, wie z. B. die Durchbiegung w_0 oder das Moment m_0 am unteren Rand $\eta = 0$ des zugehörigen Feldes.

Als Konstante führen wir in die Lösung (5) der Differentialgleichung (1 a) wie bei Schnell [14] die 4 Randwerte am Rande $\eta = 0$ ein.

Da im folgenden nur die Schnittgrößen pro Längeneinheit m_η und q_η auftreten, wollen wir den Index zur Kennzeichnung der Momenten- und Querkraftrichtung und die aus dem Produktansatz (3) stammende Kennzeichnung η in $w(\eta)$ fortlassen und bei allen folgenden Größen w, \dot{w}, m und q den Index zur Kennzeichnung des Ortes η benutzen. Damit lauten die 4 Randwerte am Rande $\eta = 0$

$$\begin{aligned} \text{Durchbiegung} \quad w_0, \\ \text{Neigung} \quad \dot{w}_0, \\ \text{Biegemoment} \quad m_0 = -\frac{N}{b^2} (\ddot{w}_0 + \mu \dot{w}_0'') \text{ und} \\ \text{Kirchhoffsche} \quad \bar{q}_0 = -N \cdot \frac{1}{b^3} [\dddot{w}_0 + (2 - \mu) \ddot{w}_0'']. \\ \text{Ersatzquerkraft} \end{aligned}$$

Das Nullsetzen von je 2 der obigen Randwerte führt in den meisten Fällen zu mechanisch möglichen Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{eingespannter Rand} \quad & w_0 = 0 \\ & \dot{w}_0 = 0, \\ \text{unverschieblich und} \quad & w_0 = 0 \\ \text{gelenkig gelagerter Rand} \quad & m_0 = 0, \\ \text{eingespannter, aber} \quad & \dot{w}_0 = 0 \\ \text{verschieblich gelagerter Rand} \quad & \bar{q}_0 = 0, \\ \text{freier Rand} \quad & m_0 = 0 \\ & \bar{q}_0 = 0. \end{aligned}$$

Die beiden übrigen Kombinationen der gleich Null gesetzten Randwerte

$$\begin{aligned} w_0 = 0, m_0 = 0 \text{ und} \\ w_0 = 0, \bar{q}_0 = 0 \end{aligned}$$

sind mechanisch nicht realisierbar.

Wir wollen die 4 Randwerte dimensionsgleich machen, verein-

fachend $m_\eta^* = -b^2 \frac{m_\eta}{N}$ und $q_\eta^* = -b^3 \frac{\bar{q}_\eta}{N}$ schreiben und sie als Komponenten eines Vektors w_0 auffassen:

$$w_0 = \begin{pmatrix} w_0 \\ \dot{w}_0 \\ m_0^* \\ q_0^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_0 \\ \dot{w}_0 \\ \ddot{w}_0 + \mu \dot{w}_0'' \\ \ddot{w}_0 + (2 - \mu) \dot{w}_0'' \end{pmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

Die weitere Aufgabe besteht nun darin, den Vektor

$$w_\eta = \begin{pmatrix} w_\eta \\ \dot{w}_\eta \\ m_\eta^* \\ q_\eta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_\eta \\ \dot{w}_\eta \\ \ddot{w}_\eta + \mu \dot{w}_\eta'' \\ \ddot{w}_\eta + (2 - \mu) \dot{w}_\eta'' \end{pmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

im Schnitt η aus dem Vektor w_0 zu bestimmen. Die Ermittlung der ersten Komponente des Vektors w_η nach (7) ist gleichwertig mit der Lösung der Gleichung (5). Natürlich sind wir jetzt an die durch (6) festgelegten Konstanten gebunden.

Zur Berechnung des Vektors w_η (7) aus dem Vektor w_0 (6) drücken wir die 4 Komponenten des Vektors w_0 (6) zunächst durch die Lösung (5) der Differentialgleichung (1 b) aus:

$$\left. \begin{aligned} w_0 &= \sum_{i=1}^4 K_i, \\ \dot{w}_0 &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i K_i, \\ m_0^* &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i^2 K_i - \mu \partial^2 \sum_{i=1}^4 K_i = \sum_{i=1}^4 (\lambda_i^2 - \mu \partial^2) K_i, \\ q_0^* &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i^3 K_i - (2 - \mu) \partial^2 \sum_{i=1}^4 \lambda_i K_i, \\ &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i [\lambda_i^2 - (2 - \mu) \partial^2] \cdot K_i. \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

(8) ist ein Gleichungssystem für die 4 Konstanten K_i , bei dem die Randwerte des Vektors (6) als rechte Seiten auftreten. Wir können also die K_i durch die Randwerte am Rande $\eta = 0$ ausdrücken und in (5) einsetzen. Damit erhalten wir, indem wir in (5) nach den Faktoren der 4 Randwerte ordnen und die Summe der Faktoren des i -ten Randwertes mit f_i bezeichnen

$$w_\eta = f_1(\eta) \cdot w_0 + f_2(\eta) \cdot \dot{w}_0 + f_3(\eta) \cdot m_0^* + f_4(\eta) \cdot q_0^* \quad (9a)$$

Aus (9 a) können wir die drei übrigen Komponenten des Vektors (7) ableiten:

$$\dot{w}_\eta = \dot{f}_1(\eta) w_0 + \dot{f}_2(\eta) \cdot \dot{w}_0 + \dot{f}_3(\eta) \cdot m_0^* + \dot{f}_4(\eta) \cdot q_0^*, \dots \dots (9b)$$

$$m_\eta^* = [\dot{f}_1(\eta) - \mu \cdot \partial^2 f_1(\eta)] \cdot w_0 + [\dot{f}_2(\eta) - \mu \cdot \partial^2 f_2(\eta)] \cdot \dot{w}_0 + [\dot{f}_3(\eta) - \mu \cdot \partial^2 f_3(\eta)] \cdot m_0^* + [\dot{f}_4(\eta) - \mu \cdot \partial^2 f_4(\eta)] \cdot q_0^* \quad (9c)$$

$$q_\eta^* = [\dot{f}_1(\eta) + (2 - \mu) \partial^2 \cdot \dot{f}_1(\eta)] \cdot w_0 + [\dot{f}_2(\eta) + (2 - \mu) \partial^2 \cdot \dot{f}_2(\eta)] \cdot \dot{w}_0 + [\dot{f}_3(\eta) + (2 - \mu) \partial^2 \cdot \dot{f}_3(\eta)] \cdot m_0^* + [\dot{f}_4(\eta) + (2 - \mu) \partial^2 \cdot \dot{f}_4(\eta)] \cdot q_0^* \quad (9d)$$

Zur Kontrolle der Umformungen (9 b) bis (9 d) können wir auch umgekehrt vorgehen: die 3 Komponenten w_η , m_η^* und q_η^* werden direkt aus (5) abgeleitet und die aus dem Gleichungssystem (8) ermittelten Konstanten K_i nachträglich eingesetzt; auf eine weitere Kontrollmöglichkeit wird am Ende dieses Abschnittes hingewiesen.

Die Gleichungen (9 a) bis (9 d) sind nun die gesuchten Beziehungen zwischen den Vektoren (7) und (6). Wir wollen die Kombinationen der $f_i(\eta)$ und deren Ableitungen als Matrix anschreiben:

$$\begin{pmatrix} w_\eta \\ \dot{w}_\eta \\ m_\eta^* \\ q_\eta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(\eta) & f_2(\eta) & f_3(\eta) & f_4(\eta) \\ \dot{f}_1(\eta) & \dot{f}_2(\eta) & \dot{f}_3(\eta) & \dot{f}_4(\eta) \\ \ddot{f}_1(\eta) - \mu \vartheta^2 f_1(\eta) & \ddot{f}_2(\eta) - \mu \vartheta^2 f_2(\eta) & \ddot{f}_3(\eta) - \mu \vartheta^2 f_3(\eta) & \ddot{f}_4(\eta) - \mu \vartheta^2 f_4(\eta) \\ \ddot{f}_1(\eta) + (2 - \mu) \vartheta^2 \dot{f}_1(\eta) & \ddot{f}_2(\eta) + (2 - \mu) \vartheta^2 \dot{f}_2(\eta) & \ddot{f}_3(\eta) + (2 - \mu) \vartheta^2 \dot{f}_3(\eta) & \ddot{f}_4(\eta) + (2 - \mu) \vartheta^2 \dot{f}_4(\eta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_0 \\ \dot{w}_0 \\ m_0^* \\ q_0^* \end{pmatrix} \dots (10)$$

Nach (10) können wir somit aus den 4 Komponenten des Vektors w_0 am Rande $\eta = 0$ durch eine Matrizenmultiplikation die 4 Komponenten eines Vektors w_η im Schnitt η errechnen. Wir bezeichnen die 4 reihige quadratische Matrix in (10) als Feldmatrix $\mathfrak{F}(\eta)$ und schreiben dann (10) in Matrixschreibweise mit

$$w_\eta = \mathfrak{F}(\eta) \cdot w_0 \dots (11)$$

Aus den Elementen der Matrix $\mathfrak{F}(\eta)$ können wir die Beulbedingungen für die gleichmäßig gedrückte, unversteifte Platte mit homogenen Randbedingungen an den Längsrändern — für die Querränder sind in dieser Arbeit nach Abschnitt 2 Naviersche Randbedingungen grundsätzlich vorausgesetzt — unmittelbar entnehmen: für Naviersche Randbedingungen an den Längsrändern wird

$$\left. \begin{matrix} w_0 = 0, & w_1 = 0, \\ m_0^* = 0, & m_1^* = 0. \end{matrix} \right\} \dots (12a)$$

Damit folgt aus (10)

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_2(1) & f_4(1) \\ \dot{f}_2(1) - \mu \cdot \vartheta^2 f_2(1) & \dot{f}_4(1) - \mu \cdot \vartheta^2 f_4(1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_0 \\ q_0^* \end{pmatrix} \dots (12b)$$

Das Verschwinden der Determinante der 2reihigen quadratischen Matrix, also der Koeffizientenmatrix, ist die Stabilitätsbedingung:

$$f_2(1) [\dot{f}_4(1) - \mu \cdot \vartheta^2 f_4(1)] - f_4(1) [\dot{f}_2(1) - \mu \cdot \vartheta^2 f_2(1)] = 0. \dots (12c)$$

Für einen freien Rand bei $\eta = 0$ und eine Einspannung am Rande $\eta = 1$ folgt aus

$$\left. \begin{matrix} m_0^* = 0, & w_1 = 0, \\ q_0^* = 0, & \dot{w}_1 = 0, \end{matrix} \right\} \dots (13a)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(1) & f_2(1) \\ \dot{f}_1(1) & \dot{f}_2(1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_0 \\ \dot{w}_0 \end{pmatrix}, \dots (13b)$$

und damit die Beulbedingung

$$f_1(1) \cdot \dot{f}_2(1) - f_2(1) \cdot \dot{f}_1(1) = 0. \dots (13c)$$

Da die Beulbedingung für die gleichmäßig gedrückte Platte, die wir bisher allein behandelt haben, unabhängig von einer Vertauschung der Randbedingungen am oberen und unteren Rand sein muß, darf für

$$\left. \begin{matrix} w_0 = 0, & m_1^* = 0, \\ \dot{w}_0 = 0, & q_1^* = 0, \end{matrix} \right\} \dots (13d)$$

also für eine Vertauschung der Bedingungen gegenüber (13 a) nur die vorhergehende Beulbedingung (13 c) auftreten. Also muß

$$\begin{vmatrix} \dot{f}_3(1) - \mu \cdot \vartheta^2 f_3(1) & \dot{f}_4(1) - \mu \cdot \vartheta^2 f_4(1) \\ \ddot{f}_3(1) + (2 - \mu) \vartheta^2 \dot{f}_3(1) & \ddot{f}_4(1) + (2 - \mu) \vartheta^2 \dot{f}_4(1) \end{vmatrix} = 0 \dots (13e)$$

gleich (13 c) sein. Da diese Forderung allgemein für gegenseitiges Austauschen der Längsrandbedingungen gilt, muß die Matrix $\mathfrak{F}(\eta)$ symmetrisch zur Nebendiagonalen sein.

Die Nebensymmetrie können wir als zweite Kontrolle für die Matrix $\mathfrak{F}(\eta)$ heranziehen oder so beachten, daß wir nur die 10 verschiedenen der insgesamt 16 Elemente von $\mathfrak{F}(\eta)$ ermitteln.

Im übrigen zeigen die obigen Beispiele für homogene Randbedingungen, daß die Beulbedingung immer durch Nullsetzen der Determinante einer nur 2reihigen quadratischen Matrix gewonnen wird.

3.3 Matrizenmethode für mehrere Stegfelder gleicher Blechdicke

Bei mehreren Feldern führen wir wie in den vorhergehenden Abschnitten in die Größen

$$\left. \begin{matrix} \sigma_e = \frac{\pi^2 N}{b^2 t}, & \xi = \frac{x}{b}, & \eta = \frac{y}{b}, & \alpha = \frac{l}{b}, \\ m_\eta^* = -b^2 \frac{m_\eta}{N}, & q_\eta^* = -b^3 \frac{q_\eta}{N} \end{matrix} \right\} \dots (14)$$

als Breite b die Gesamtbreite des Steges ein. Mit den Bezeichnungen nach Bild 4 können wir nach (10) und (11) aus dem Vektor w_0 den

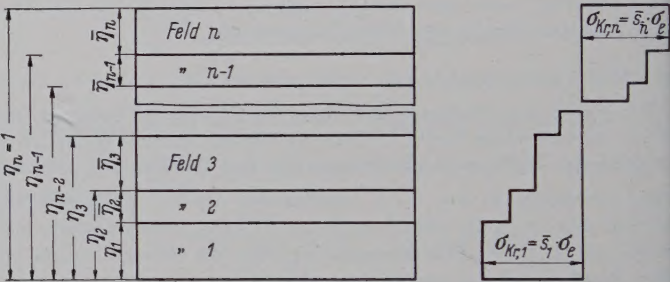


Bild 4. Bezeichnungen bei mehreren Feldern

Vektor w_{η_1} an der Grenze Feld 1 — Feld 2 ermitteln. Wir erinnern uns daran, daß die Größen $f_i(\eta)$ und deren Ableitungen von der Lösung der charakteristischen Gleichung (4) abhängen; die Lösung selbst hängt bei vorgegebenen Werten α und m und damit ϑ , also bei bekanntem Seitenverhältnis und bekannter Halbwellenzahl in Längsrichtung der Platte, nur von dem Stabilitätswert $s = \sigma_{kr}/\sigma_e$ ab. Das Verhältnis ist aber bei nicht konstanter Spannung über die Steghöhe in jedem Feld i verschieden. Wir wollen daher festlegen, daß im weiteren s das Verhältnis der größten Druckspannung zur Bezugsspannung σ_e ist. Dagegen soll das Verhältnis der für das Feld i gemittelten kritischen Spannung $\sigma_{kr,i}$ zu σ_e als $\bar{s}_i = \sigma_{kr,i}/\sigma_e$ bezeichnet werden.

In Zuschärfung von (11) haben wir also zur Ermittlung des Vektors w_{η_1} bei mehreren Feldern

$$w_{\eta_1} = w_{\eta_1} = \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \cdot w_0 \dots (15a)$$

zu schreiben.

Aus w_{η_1} soll der Vektor w_{η_2} an der Grenze Feld 2 — Feld 3 berechnet werden. Dafür kann man sich ein neues Koordinatensystem $(\xi, \bar{\eta})$ mit dem Ursprung in $\eta = \eta_1$ und $\xi = 0$ denken und direkt

$$w_{\eta_2} = w_{\eta_2} = \mathfrak{F}(\bar{\eta}_2, \bar{s}_2) \cdot w_{\eta_1} \dots (15b)$$

folgern.

Fährt man so weiter fort, erhält man schließlich den Vektor w am Rande $\eta = 1$

$$w_1 = w_{\eta_n} = \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \cdot w_{\eta_{n-1}} \dots (15c)$$

Wir fassen die gesamte Rechnung zusammen und erhalten

$$\varphi_1 = \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_{n-1}, \bar{s}_{n-1}) \cdot \dots \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_2, \bar{s}_2) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \cdot w_0 \quad (16)$$
oder mit

$$\mathfrak{S}(s) = \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_{n-1}, \bar{s}_{n-1}) \cdot \dots \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_2, \bar{s}_2) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \quad (16a)$$

$$w_1 = \mathfrak{S}(s) \cdot w_0 \quad (17)$$

$\mathfrak{S}(s)$ nennen wir die Stegmatrix. Sie ist im Sonderfall konstanter Spannungen über die ganze Steghöhe gleich der Feldmatrix $\mathfrak{F}(\eta)$ nach (10) und (11).

Die Übergänge von Feld zu Feld lassen sich also wieder durch eine Matrizenmultiplikation erfassen. Die Übergangsbedingung ist die Einheitsmatrix \mathfrak{E} , da die Größen w, \dot{w}, m^*, q^* an der Feldgrenze für beide Felder gleich sind.

Homogene Randbedingungen lassen sich für mehrere Felder genau so behandeln, wie für ein Feld im Abschnitt 3.2 angegeben wurde. Für Naviersche Randbedingungen an den Längsrändern haben wir z. B. die Determinante der 2reihigen quadratischen Matrix

$$\begin{pmatrix} s_{12} & s_{14} \\ s_{32} & s_{34} \end{pmatrix}$$

gleich Null zu setzen.

3.4 Längssteifen und inhomogene Bedingungen für den Längsrand des Steges

Zunächst wollen wir berechnen, wie sich der Vektor w beim Übergang über eine Längssteife — wir sagen im weiteren Rippe — verändert. Dieser Übergang soll wieder durch eine Matrizenmultiplikation vorgenommen werden.

Aus Kontinuitätsgründen muß die Durchbiegung w und die Neigung \dot{w} „beiderseits“ der Rippe gleich sein. Wir fassen dabei die Rippe als unendlich schmal auf und bezeichnen nach Bild 5 den

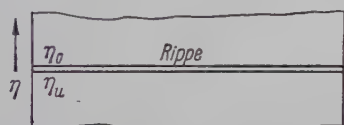


Bild 5. Bezeichnungen an der Rippe

Vektor „vor“ der Rippe mit w_{η_u} ; aus ihm wollen wir den Vektor „hinter“ der Rippe w_{η_o} berechnen. Dann gilt für die beiden ersten Komponenten wegen der Kontinuität

$$w_{\eta_o} = w_{\eta_u} \quad (18)$$

$$\dot{w}_{\eta_o} = \dot{w}_{\eta_u} \quad (19)$$

Für die Querkraft \bar{q}_{η_o} gilt z. B. nach [15]

$$\bar{q}_{\eta_o} = \bar{q}_{\eta_u} + EJ_R w_{\eta_u}^{IV} \cdot \frac{1}{b^4} + \bar{s}_R \sigma_e F_R w_{\eta_u}'' \cdot \frac{1}{b^2} \quad (20a)$$

mit J_R = auf die Mittellinie des Stegbleches bezogenes Trägheitsmoment der Rippe und

F_R = Fläche der Rippe.

Die Beziehung (20 a) und die folgende (21 a) sind mit Gleichgewichts- und Verformungsaussagen abgeleitet; die Ableitungen sollen hier nicht wiedergegeben werden (s. z. B. [7], S. 120 und [15]). (20 a) soll in die Größen der Vektoren überführt werden, wobei wir gemäß (3)

$$w_{\eta}^{IV} = \vartheta^4 w_{\eta} \quad \text{und} \quad w_{\eta}'' = -\vartheta^2 w_{\eta}$$

schreiben. Dabei haben wir gleich die x -Abhängigkeit fortgelassen, also durch $\sin \vartheta \cdot \xi$ gekürzt, da wir in (3.2) die Schreibweise zu $w = v(\eta)$ vereinfacht haben.

Es folgt

$$q_{\eta_o}^* = q_{\eta_u}^* - \frac{EJ_R}{bN} \vartheta^4 w_{\eta_u} + \bar{s}_R F_R \vartheta^2 b \frac{\sigma_e}{N} w_{\eta_u}, \quad (20b)$$

und mit

$$\frac{\sigma_e}{N} = \frac{\pi^2}{b^2 t}$$

$$q_{\eta_o}^* = q_{\eta_u}^* - \left\{ \frac{EJ_R}{bN} \vartheta^4 - \bar{s}_R \frac{F_R}{b t} \pi^2 \vartheta^2 \right\} w_{\eta_u} \quad (20c)$$

Fassen wir wie bei Beuluntersuchungen die dimensionslosen Größen

$$\gamma_B = \frac{EJ_R}{bN} \quad \text{und} \quad \delta = \frac{F_R}{b t} \quad (20d)$$

und außerdem

$$\Phi(\bar{s}_R) = \gamma_B \vartheta^4 - \bar{s}_R \delta \pi^2 \vartheta^2 \quad (20e)$$

zusammen, verbleibt

$$q_{\eta_o}^* = q_{\eta_u}^* - \Phi(\bar{s}_R) w_{\eta_u} \quad (20)$$

Entsprechend gilt für das Moment

$$m_{\eta_o} = m_{\eta_u} + GJ_D \dot{w}_{\eta_u}'' \cdot \frac{1}{b^3} - EC_W \dot{w}_{\eta_u}^{IV} \cdot \frac{1}{b^5} - \bar{s}_R \sigma_e J_P \dot{w}_{\eta_u}'' \cdot \frac{1}{b^3} \quad (21a)$$

mit J_D = St. Venantscher Drillwiderstand der Rippe,

C_W = Wölbwiderstand der Rippe und

J_P = polares Trägheitsmoment der Rippe.

In den Größen des Vektors w folgt mit den eingesetzten Abkürzungen

$$\gamma_D = \frac{GJ_D}{bN}, \quad \gamma_W = \frac{EC_W}{b^3 N} \quad \text{und} \quad \gamma_P = \frac{J_P}{b^3 t} \quad (21b)$$

$$\text{und} \quad \Psi(\bar{s}_R) = \gamma_W \vartheta^4 + (\gamma_D - \bar{s}_R \pi^2 \gamma_P) \vartheta^2 \quad (21c)$$

$$m_{\eta_o}^* = m_{\eta_u}^* + \Psi(\bar{s}_R) \dot{w}_{\eta_u}, \quad (21)$$

Die Gleichungen (18), (19), (20) und (21) sind die gesuchten Beziehungen zwischen den Vektoren w_{η_u} und w_{η_o} . In Matrixschreibweise lautet die Übergangsbedingung für eine Rippe

$$w_{\eta_o} = \mathfrak{R}(\bar{s}_R) \cdot w_{\eta_u} \quad (22a)$$

mit der Rippenmatrix

$$\mathfrak{R}(\bar{s}_R) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \Psi(\bar{s}_R) & 1 & 0 \\ -\Phi(\bar{s}_R) & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (22b)$$

Mit (22 a) können wir eine Längsrippe an beliebiger Stelle η berücksichtigen. Soll z. B. nach Bild 4 zwischen Feld 2 und Feld 3 eine Rippe angeordnet sein, so ist Gleichung (16) zu erweitern auf

$$w_1 = \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \cdot \dots \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_3, \bar{s}_3) \cdot \mathfrak{R}_{2-3}(\bar{s}_R) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_2, \bar{s}_2) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \cdot w_0 \quad (23)$$

Mit dem Index 2—3 bei $\mathfrak{R}_{2-3}(\bar{s}_R)$ soll gekennzeichnet sein, daß die Rippe auf der Grenze zwischen Feld 2 und 3 liegt.

Für inhomogene Randbedingungen an den Längsrändern des Steges übertragen wir einen von Schnell [10], S. 273 und Falk [12], S. 81 für Stabuntersuchungen gemachten Vorschlag auf unsere Aufgabe. Wir fassen dafür die Gurte als Rippen des Steges auf und denken uns den Steg über die Gurte ein unendlich kleines Stück fortgesetzt. Die Randbedingungen sind dann außerhalb des Gurtes zu formulieren; es sind immer die Bedingungen für den freien Rand

$$m_0^* = 0, \quad q_0^* = 0 \quad \text{und}$$

$$m_1^* = 0, \quad q_1^* = 0.$$

Inhomogene Randbedingungen für den Steg werden so zu homogenen Randbedingungen für den außerhalb des Gurtes unendlich wenig fortgesetzt gedachten Steg.

Das Gesamtstabilitätsproblem, das Hauptziel dieser Arbeit, ist für den Träger also durch

$$w_1 = \mathfrak{R}_{n-(n+1)}(\bar{s}_{G_1}) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \cdot \dots \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_3, \bar{s}_3) \cdot \mathfrak{R}_{2-3}(\bar{s}_R) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_2, \bar{s}_2) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \cdot \mathfrak{R}_{0-1}(\bar{s}_{G_0})$$

oder einfacher

$$w_1 = \mathfrak{R}(\bar{s}_{G_1}) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \cdot \dots \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_3, \bar{s}_3) \cdot \mathfrak{R}_{2-3}(\bar{s}_R) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_2, \bar{s}_2) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \cdot \mathfrak{R}(\bar{s}_{G_0}) \quad (24)$$

mit $\mathfrak{R}(\bar{s}_{G_0})$ = Rippenmatrix für den Gurt am Rande $\eta = 0$ und

$\mathfrak{R}(\bar{s}_{G_1})$ = Rippenmatrix für den Gurt am Rande $\eta = 1$

und den Randvektoren

$$w_0 = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ und } w_1 = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (24a)$$

beschrieben.

Man bildet das Matrizenprodukt

$$\mathfrak{M}(s) = \mathfrak{R}(\bar{s}_{G_1}) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n) \dots \mathfrak{F}(\bar{\eta}_1, \bar{s}_1) \cdot \mathfrak{R}(\bar{s}_{G_0}) \dots (25a)$$

oder für nicht ausgesteifte Stege verkürzt geschrieben nach (17)

$$\mathfrak{M}(s) = \mathfrak{R}(\bar{s}_{G_1}) \cdot \mathfrak{S}(s) \cdot \mathfrak{R}(s_{G_0}), \dots \dots \dots (25b)$$

so daß zusammengefaßt

$$w_1 = \mathfrak{M}(s) \cdot w_0 \dots \dots \dots (25c)$$

oder ausgeschrieben

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_0 \\ w_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dots \dots \dots (25d)$$

verbleibt.

Das Matrizenprodukt $\mathfrak{M}(s)$ wird im Sonderfall homogener Randbedingungen für den Steg, also einer reinen Beuluntersuchung, gleich der Stegmatrix $\mathfrak{S}(s)$; sind die Druckspannungen über die gesamte Steghöhe konstant, tritt an die Stelle der allgemeinen Stegmatrix die Feldmatrix $\mathfrak{F}(s)$ für $\eta = 1$.

Wir erkennen, daß wir in (25 d) die erste und zweite Zeile und die dritte und vierte Spalte nicht benötigen, denn die Stabilitätsbedingung ist ja die Forderung, daß die Determinante der Zweihigen quadratischen Matrix

$$\begin{pmatrix} m_{31} & m_{32} \\ m_{41} & m_{42} \end{pmatrix}$$

gleich Null wird.

Da die Auswertung der Stabilitätsbedingung nur in Sonderfällen in allgemeiner Form möglich und für die Zahlenrechnung selten zweckmäßig ist, werden wir in (24) schon die Matrizen für geschätzte Probierverte s in Zahlenwerten anschreiben und $\mathfrak{M}(s)$ für diesen Wert s ausmultiplizieren. Um unnötige Zahlenrechnungen zu vermeiden, schreiben wir dafür von $\mathfrak{R}(\bar{s}_{G_1})$ nur die dritte und vierte Zeile an, multiplizieren diese zweizeilige und vierspaltige Matrix mit der Matrix für das n -te Feld $\mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n)$ aus und erhalten von dem ersten Matrizenprodukt $\mathfrak{R}(\bar{s}_{G_1}) \cdot \mathfrak{F}(\bar{\eta}_n, \bar{s}_n)$ wieder nur die dritte und vierte Zeile.

Wir fahren so fort, werden aber bei der letzten Multiplikation nur die erste und zweite Spalte von $\mathfrak{R}(\bar{s}_{G_0})$ anschreiben, so daß wir von $\mathfrak{M}(s)$ nur die gesuchten Elemente berechnen (s. Rechenschema Bild 6).

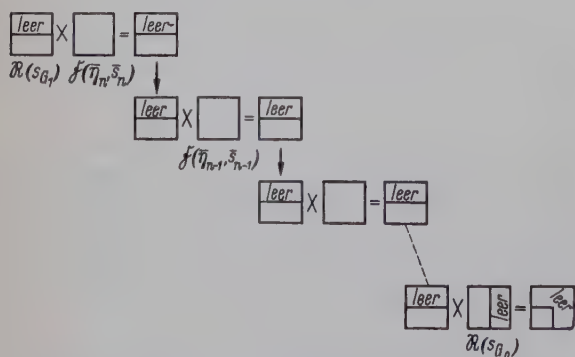


Bild 6. Rechenschema zur Berechnung der von der Matrix $\mathfrak{M}(s)$ gesuchten Elemente

Zum Schluß berechnen wir den Wert der Determinante der Zweihigen quadratischen Matrix. Wir wiederholen die gesamte Rechnung für einige andere Werte s und können dann aus einer graphischen Auftragung den Wert s ermitteln, der die Determinante verschwinden läßt.

Um die Bedeutung der Ausdrücke $\Phi(\bar{s}_R)$ und $\Psi(\bar{s}_R)$ nach (20 e) und (21 c) in (22) anschaulicher zu machen, wollen wir den Sonderfall betrachten, bei dem die Ausdrücke zu Null werden. Offensichtlich hat dann die Rippe keinen stabilisierenden Einfluß mehr, da die Rippenmatrix in die Einheitsmatrix entartet. Es müssen daher Knick- und Drillknickgrenze der Rippe genau so hoch liegen, wie die Stabilitätsgrenze ohne diese Rippe.

a) Folgerungen aus $\Phi(\bar{s}_R) = 0$

$$\Phi(\bar{s}_R) = \frac{E J_R}{b N} \cdot \vartheta^4 - \bar{s}_R \cdot \frac{F_R}{b t} \cdot \pi^2 \vartheta^2 = 0.$$

Mit $\vartheta = \frac{\pi \cdot b}{l}$ für $m = 1$ und $\bar{s}_R \cdot \sigma_e = \bar{\sigma}_{kr, R}$ folgt

$$\frac{E J_R \pi^2}{l^2} = \bar{\sigma}_{kr, R} \cdot F_R = P_{kr, R} \quad (\text{Eulerfall II}).$$

Die Rippe hat also gerade ihre Eulerlast erreicht, wenn $\Phi(\bar{s}_R) = 0$ wird.

b) Folgerungen aus $\Psi(\bar{s}_R) = 0$

$$\Psi(\bar{s}_R) = \frac{E C_W}{b^3 N} \cdot \vartheta^4 + \left(\frac{G J_D}{b N} - \bar{s}_R \pi^2 \cdot \frac{J_P}{b^3 t} \right) \vartheta^2 = 0$$

$$E C_W \frac{\pi^2}{l^2} + G J_D - \bar{\sigma}_{kr, R} \cdot J_P = 0.$$

Daraus folgt

$$P_{kr, R} = \frac{1}{J_P} \left(G J_D + E C_W \frac{\pi^2}{l^2} \right) \quad (\text{Reines Drillknicken}).$$

Die Rippe hat also gerade ihre Drillknickgrenze (reines Drillen) erreicht, wenn $\Psi(\bar{s}_R) = 0$ wird.

4. Lösung mit Hilfe von Determinanten-Matrizen

Im Abschnitt 3.2 wurde gezeigt, wie wir aus der Feldmatrix $\mathfrak{F}(\eta)$ durch Nullsetzen von Zweihigen Unterdeterminanten die Beulbedingung für alle homogenen Bedingungen an den Längsrändern des Steges gewinnen können. Im Abschnitt 3.4 wurde das Vorgehen an Stabilitätsbedingungen für inhomogene Randbedingungen der Steglängsränder erweitert [siehe Gleichungen (24) und (25)].

Einschließlich der mechanisch nicht realisierbaren Randbedingungen kann man an jedem Längsrand sechs Bedingungen durch die Kombination von je zwei (gleich Null gesetzten) Komponenten des Randvektors formulieren. Insgesamt sind somit für die beiden Längsränder $6 \times 6 = 36$ Randbedingungskombinationen, also 36 Zweihige quadratische Unterdeterminanten zu bilden.

Die 36 Unterdeterminanten lassen sich in einer neuen Matrix zusammenfassen; wir nennen diese 6reihige quadratische Matrix in Übereinstimmung mit Fuhrke [8] Determinanten-Matrix $\hat{\mathfrak{F}}(\eta)$. Dabei ordnen wir wie in [8] die aus Zeilen (oder Spalten) der Matrix $\mathfrak{F}(\eta)$ entwickelten Unterdeterminanten nach dem folgenden, lexikographischen Schema in den Zeilen (oder Spalten) von $\hat{\mathfrak{F}}(\eta)$ an:

die Unterdeterminanten aus den

Zeilen oder Spalten 1,2 1,3 1,4 2,3 2,4 3,4 von $\mathfrak{F}(\eta)$ werden in den

Zeilen oder Spalten 1 2 3 4 5 6 von $\hat{\mathfrak{F}}(\eta)$ angeschrieben. $\dots \dots \dots (26)$

Damit wird z. B.

$$\begin{vmatrix} f_{32} & f_{34} \\ f_{42} & f_{44} \end{vmatrix} = \hat{f}_{65}.$$

$\hat{f}_{65} = 0$ für $\eta = 1$ ist die Beulbedingung für Naviersche Lagerung am unteren Rand und für einen freien oberen Rand.

In der Determinanten-Matrix $\hat{\mathfrak{F}}(1)$ ist jedes gleich Null gesetzte Element eine Beulbedingung der gleichmäßig gedrückten Platte für eine Kombination von Bedingungen am unteren und oberen Längsrand. Nach der obigen Zuordnung (26) von $\mathfrak{F}(\eta)$ und $\hat{\mathfrak{F}}(\eta)$ sind die Beulbedingungen nach dem folgenden Schema (27) in $\hat{\mathfrak{F}}(1)$ angeordnet:

	$m_1 = 0$ $\bar{q}_1 = 0$	$\dot{w}_1 = 0$ $\bar{q}_1 = 0$	$\dot{w}_1 = 0$ $m_1 = 0$	$w_1 = 0$ $\bar{q}_1 = 0$	$w_1 = 0$ $m_1 = 0$	$w_1 = 0$ $\dot{w}_1 = 0$
$w_0 = 0$ $\dot{w}_0 = 0$						
$w_0 = 0$ $m_0 = 0$						
$w_0 = 0$ $\bar{q}_0 = 0$						
$\dot{w}_0 = 0$ $\bar{q}_0 = 0$						
$m_0 = 0$ $\bar{q}_0 = 0$						

(27)

Die nicht eingetragenen Elemente sind Beulbedingungen für mechanisch nicht realisierbare Bedingungen an den Längsrändern.

Aus (27) ist ersichtlich, daß die Feldmatrizen \bar{F} nebensymmetrische Determinanten-Matrizen \bar{F} liefern müssen, da sie für konstante σ -Spannungen gelten und daher gegen eine Vertauschung des unteren gegen den oberen Rand invariant sind.

Der Übergang auf Determinanten-Matrizen gewinnt Bedeutung, da wir das Bilden der Determinanten-Matrix \hat{M} aus $M = \bar{A} \cdot \bar{B} \dots$ ersetzen können durch die Multiplikation der Determinanten-Matrizen $\hat{M} = \hat{A} \cdot \hat{B} \dots$

Der Beweis für

$$\hat{M} = \hat{A} \cdot \hat{B} \dots \text{ für } M = \bar{A} \cdot \bar{B} \dots \quad (28)$$

hat z. B. Schnell [16], siehe dort Anhang, erbracht.

"Restmatrix" $\hat{R}(\bar{s}_{G_2})$ für den oberen Gurt. Es ist nur mit einer, der der vorgegebenen Randbedingung entsprechenden Zeile zu multiplizieren.

"Restmatrix" $\hat{R}(\bar{s})$ mit Zeilen summen s_i . Die eingetragenen Randbedingungen gelten direkt am Steg (ohne Gurt).

"Restmatrizenprodukt" $\hat{P} = \hat{R}(\bar{s}_{G_2}) \cdot \hat{R}(\bar{s})$ mit Zeilensummenkontrolle p_i . Die eingetragenen Randbedingungen gelten oben außerhalb des Gurtes, unten direkt am Steg (ohne Gurt).

	$\Phi = \infty, \Psi = \infty$	1	0	0	0
	$\Phi = \infty, \Psi \neq \infty$	Ψ_2	1	0	0
	$\Phi \neq \infty, \Psi = \infty$	Φ_2	0	1	0
	$\Phi \neq \infty, \Psi \neq \infty$	$\Psi_2 \cdot \Phi_2$	Φ_2	Ψ_2	1

X

\hat{s}_{11}	\hat{s}_{12}	\hat{s}_{15}	\hat{s}_{16}	s_1
\hat{s}_{21}	\hat{s}_{22}	\hat{s}_{25}	\hat{s}_{26}	s_2
\hat{s}_{51}	\hat{s}_{52}	\hat{s}_{55}	\hat{s}_{56}	s_5
\hat{s}_{61}	\hat{s}_{62}	\hat{s}_{65}	\hat{s}_{66}	s_6

=

\hat{p}_{11}	\hat{p}_{12}	\hat{p}_{15}	\hat{p}_{16}	p_1
\hat{p}_{21}	\hat{p}_{22}	\hat{p}_{25}	\hat{p}_{26}	p_2
\hat{p}_{51}	\hat{p}_{52}	\hat{p}_{55}	\hat{p}_{56}	p_5
\hat{p}_{61}	\hat{p}_{62}	\hat{p}_{65}	\hat{p}_{66}	p_6

Randbedingungen am oberen Rand (außerhalb des Gurtes)

übertragene "Restmatrix" \hat{P}

"Restmatrix" $\hat{R}(\bar{s}_{G_1})$ für den unteren Gurt. Es ist nur mit einer, der der vorgegebenen Randbedingung entsprechenden Spalte zu multiplizieren.

gesuchte "Restmatrix" $\hat{M}(s)$. Alle eingetragenen Randbedingungen gelten außerhalb der Gurte.

\hat{p}_{11}	\hat{p}_{12}	\hat{p}_{15}	\hat{p}_{16}
\hat{p}_{21}	\hat{p}_{22}	\hat{p}_{25}	\hat{p}_{26}
\hat{p}_{51}	\hat{p}_{52}	\hat{p}_{55}	\hat{p}_{56}
\hat{p}_{61}	\hat{p}_{62}	\hat{p}_{65}	\hat{p}_{66}

X

1	0	0	0
Ψ_1	1	0	0
Φ_1	0	1	0
$\Psi_1 \cdot \Phi_1$	Φ_1	Ψ_1	1

=

\hat{m}_{11}	\hat{m}_{12}	\hat{m}_{15}	\hat{m}_{16}
\hat{m}_{21}	\hat{m}_{22}	\hat{m}_{25}	\hat{m}_{26}
\hat{m}_{51}	\hat{m}_{52}	\hat{m}_{55}	\hat{m}_{56}
\hat{m}_{61}	\hat{m}_{62}	\hat{m}_{65}	\hat{m}_{66}

Randbedingungen am unteren Rand (außerhalb des Gurtes)

Bild 7. Rechenschema für Determinanten-Matrizen.

Für inhomogene Randbedingungen am Steg mit $\Phi \neq \infty, \Psi \neq \infty$ verbleiben die Operationen innerhalb der Doppelumrandungen

und kann dann auf die Nullstelle $\hat{m}_{ik} = 0$, z. B. durch graphische Interpolation, schließen.

In der Determinanten-Matrix $\hat{\mathfrak{M}}(s)$ interessieren uns die Elemente der 3. und 4. Zeile und der 3. und 4. Spalte nicht, da sie keinen mechanisch realisierbaren Randbedingungen entsprechen. Wir können daher die Multiplikationen in (29) auf jene beschränken, die zur Ermittlung der 16 interessierenden Elemente \hat{m}_{ik} erforderlich sind, d. h. in $\hat{\mathfrak{R}}(\bar{s}_{G_2})$ können wir die 3. und 4. Zeile streichen. Da aber dann in $\hat{\mathfrak{R}}(\bar{s}_{G_2})$ die Spalten 3 und 4 nur Elemente 0 aufweisen, also bei der Multiplikation $\hat{\mathfrak{R}}(\bar{s}_{G_2}) \cdot \hat{\mathfrak{G}}(\bar{s})$ auch die 3. und 4. Zeile von $\hat{\mathfrak{G}}(\bar{s})$ nicht benötigt werden, können wir letztere ebenfalls fortlassen.

Führen wir die gleiche Überlegung ausgehend von der Streichung der 3. und 4. Spalte in $\hat{\mathfrak{R}}(\bar{s}_{G_1})$ durch, verbleibt schließlich das Rechenschema nach Bild 7, wobei wir zur Rechenkontrolle zusätzlich die Zeilensumme von $\hat{\mathfrak{G}}(\bar{s})$ angegeben haben. Die Rechnung führt auf die Multiplikation von 4 reihigen quadratischen Matrizen; von der Determinanten-Matrix $\hat{\mathfrak{G}}(\bar{s})$ ist nur die 4-reihige „Restmatrix“ anzugeben.

Für einen vorgegebenen Parameterfall mit definierten Gurten und $\Phi \neq \infty$, $\Psi \neq \infty$ interessiert uns nur das Element \hat{m}_{61} (freie Ränder außerhalb der Gurte); in dem Rechenschema nach Bild 7 verbleiben in diesem Fall nur die Rechenoperationen, die durch Doppelumrandungen gekennzeichnet sind.

Ein Vergleich zeigt, daß die nach Bild 7 erforderlichen Rechenoperationen zur Ermittlung von \hat{m}_{61} weniger sind, als bei Benutzung der Matrix $\hat{\mathfrak{G}}(\bar{s})$, d. h. zunächst Bilden des Matrizenproduktes $\hat{\mathfrak{M}}(s)$ und anschließendem Berechnen der 2 reihigen Unterdeterminante.

Insbesondere lassen die Determinanten-Matrizen $\hat{\mathfrak{G}}(\bar{s})$ in vielen Fällen eine Abschätzung des Stabilitätswertes s zu, da sie aus den Elementen \hat{s}_{ik} bestehen, also nach dem Schema (27) die Nullstellen der Beulbedingungen für verschiedene homogene Randbedingungen am Steg erkennen lassen. Schließlich umgeht man mit den Determinantenmatrizen Schwierigkeiten in der Zahlenrechnung, die bei Verwendung der Matrizen dann auftreten, wenn Φ [siehe Gleichung (20 e)] oder Ψ [siehe Gleichung (21 e)] große Werte annehmen. Diesbezüglich hat z. B. Marguerre [11], s. dort Seite 34, für Stabprobleme gezeigt, daß schon bei großen Steifigkeiten von Federstützen, denen bei unserer Aufgabe die Rippen entsprechen, die Matrizen nur noch bedingt verwendet werden können und für den Sonderfall unendlicher Steifigkeit sogar völlig unbrauchbar werden. Marguerre zeigte weiter, daß die Determinanten-Matrizen diese Schwierigkeiten umgehen.

Wie Zurmühl [22], siehe dort S. 395 ff., insbesondere S. 398, nach einem Vorschlag von Fuhrke angibt, kann man ohne Einfluß auf die Zahlenrechnung die 6 gliedrigen Determinantenmatrizen durch additives Zusammenfassen der 3. und 4. Spalte und durch Streichen der 4. Zeile auf eine 5 gliedrige quadratische Matrix reduzieren. Hierdurch wird beim Multiplizieren der Matrizen die Zahl der Rechenoperationen verkleinert, z. B. für das Aufstellen der Rest-Stegmatrix für ein in 4 Stufen abgetrepptes Spannungsdiagramm von 384 Multiplikationen und 320 Additionen auf 280 Multiplikationen und 224 Additionen (alles ohne Kontrollen).

Allerdings geht bei der Reduktion der Determinantenmatrizen die Nebensymmetrie verloren. Daher soll bei der Wiedergabe der Determinantenmatrizen im folgenden Abschnitt auf die Reduktion verzichtet werden, um durch das Fortlassen der symmetrischen Elemente Platz einsparen zu können.

5. Aufstellen der Feldmatrizen und Determinanten-Feldmatrizen

In den folgenden Tafeln 1 bis 5 werden nach (8) die Matrizen $\hat{\mathfrak{F}}(\eta)$ und die zugehörigen Determinantenmatrizen $\hat{\mathfrak{F}}(\eta)$ für die 5 zu unterscheidenden Fälle der Lösung der charakteristischen

Gleichung (4) angegeben. Zur besseren Unterscheidung der 5 Fälle nennen wir die Matrizen speziell \mathfrak{A} , \mathfrak{B} , \mathfrak{C} , \mathfrak{D} und \mathfrak{G} .

Die Matrizen \mathfrak{A} und \mathfrak{G} sind bereits bei Schnell [14] mit anderen Bezeichnungen angegeben. Die Feldmatrix \mathfrak{B} ist auch aus \mathfrak{A} , die Feldmatrix \mathfrak{D} aus \mathfrak{C} oder \mathfrak{G} durch Grenzübergänge zu bestimmen.

Die Gültigkeitsbereiche der Matrizen sind für die Halbwellenzahl $m = 1$ aus Bild 8 zu entnehmen.

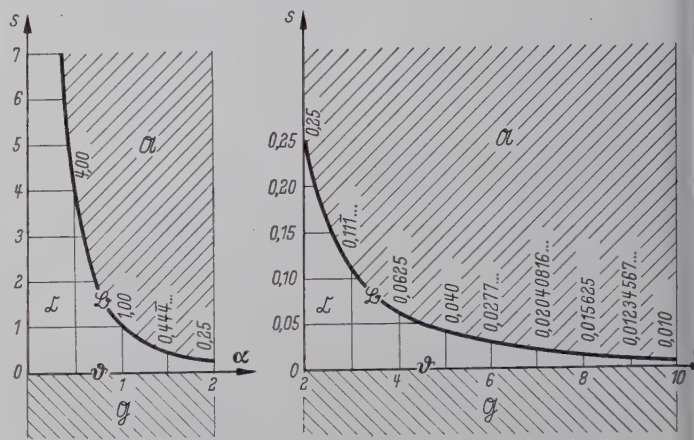


Bild 8. Gültigkeitsbereiche der Matrizen \mathfrak{A} , \mathfrak{B} , \mathfrak{C} , \mathfrak{D} und \mathfrak{G} für die Halbwellenzahl $m = 1$

6. Zusätzliche Sonderbedingungen

6.1 Über die Steghöhe bereichsweise veränderliche Blechdicke

Im Abschnitt 3.3 hatten wir in alle Größen als Breite b die Gesamtbreite des Steges eingeführt. Daher war der Übergang über die Feldgrenzen durch direkte Multiplikation der beiderseits der Grenzen gültigen Feldmatrizen zu erfassen. Die Übergangsbedingung für Felder gleicher Dicke war die Einheitsmatrix \mathfrak{E} , da alle Komponenten der Vektoren $w_{\eta u}$ und $w_{\eta o}$ beiderseits der Feldgrenze gleich waren:

$$w_{\eta o} = \mathfrak{E} \cdot w_{\eta u} = w_{\eta u}.$$

Dieser Zusammenhang gilt bei bereichsweise veränderlicher Blechdicke beiderseits der Feldgrenze nicht mehr. Wir müssen hierbei berücksichtigen, daß die 3. und 4. Komponente des Vektors w in den Gleichungen (6) und (7) mit den ersten beiden Komponenten dimensionsgleich gemacht wurden.

So gilt für die 3. Komponente

$$m_{\eta}^* = -b^2 \frac{m_{\mu}}{N} \quad \text{für die Feldgrenze } \eta,$$

beim Übergang vom Feld i mit der Dicke t_i ins Feld $i+1$ mit der Dicke t_{i+1} aus Gleichgewichtsgründen

$$m_{\eta i+1} = -m_{\eta i+1}^* \frac{N_{i+1}}{b^2} = m_{\eta i} = -m_{\eta i}^* \frac{N_i}{b^2},$$

$$\text{also mit } N_i = \frac{E \cdot t_i^3}{12(1-\mu^2)}$$

$$m_{\eta i+1}^* = m_{\eta i}^* \frac{t_i^3}{t_{i+1}^3} \quad (31)$$

Entsprechend gilt

$$q_{\eta i+1}^* = q_{\eta i}^* \frac{t_i^3}{t_{i+1}^3} \quad (32)$$

Die ersten Komponenten von w sind beiderseits der Feldgrenze gleich, also gilt

$$w_{\eta i+1} = w_{\eta i} \quad \text{und} \quad \bar{w}_{\eta i+1} = \bar{w}_{\eta i}.$$

Die Gleichungen (31) und (32) fassen wir mit der vorgenannten Beziehung zur Übergangsmatrix zusammen:

$$\bar{\mathfrak{U}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (t_i/t_{i+1})^3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (t_i/t_{i+1})^3 \end{pmatrix} \quad (33)$$

5 JAHRE ERFAHRUNG



ODENWALD

SPEZIALPLATTEN

*Die ausgereifte
Konstruktion zur
Welldachdämmung*





Der Dachdeckermeister

Wenn Sie mich fragen, ich verlege überhaupt gern ODENWALD-Platten, weil ich keinen Dämmstoff kenne, der sich so gut und angenehm verarbeiten läßt. Dabei kann von einer „Verarbeitung“ der ODENWALD-Spezial-PLATTEN eigentlich garnicht gesprochen werden. Sie werden einfach „montiert“ und zwar, was die Verlegung besonders vorteilhaft macht, ohne Zuschnittarbeiten in einem Arbeitsgang mit den Wellplatten. Da läßt es sich flott und wirtschaftlich arbeiten.

Und was sagt der Bauherr?



Die Konstruktion mit ODENWALD-Spezial-Platten war mir neu. Ich war deshalb zunächst skeptisch, als mein Architekt mit seinem Vorschlag kam. Schließlich wollte ich mein Geld nicht zum Fenster hinauswerfen. Ich wollte eine Fabrikationshalle haben, die sich billig beheizen läßt, wo also die Wärme nicht zum Dach hinausfliegt, und bei der sich auf keinen Fall Schwitzwasser an der Decke bildet. Heute weiß ich, daß ich gut beraten worden bin, sowohl von meinem Architekten wie auch von einem Fachingenieur des Holzfaserplattenwerkes Odenwald, um dessen Besuch ich gebeten hatte. Ich nahm den „Mann“ so lange ins „Kreuzverhör“, bis ich wirklich zu der Überzeugung gelangt war, daß man mir nichts vormachen wollte. Die Besichtigung von Referenzobjekten hat meine letzten Zweifel beseitigt. Eines kann ich schon heute sagen: In meinen nächsten Neubau, der zunächst nur als Lagerhalle vorgesehen ist, kommen von vornherein ODENWALD-Spezial-PLATTEN hinein.

Wenn Sie Näheres über die ODENWALD-Konstruktion erfahren wollen, fordern Sie bitte unsere Druckschriften an. Im Einzelfalle werden Sie von unserem Technischen Informationsdienst unverbindlich und kostenlos in allen Fragen der Dachdämmung beraten.

Referenzen aus allen Teilen des Bundesgebietes stehen Ihnen gern zur Verfügung.



HOLZFASERPLATTENWERK ODENWALD GMBH

Telefon: Sa.-Nr. 233 · Fernschreiber: 06/8218 · Telegramm-Adresse: Faserplatte

Abkürzungen: $x_1 = \sqrt{\frac{m}{\alpha}} \cdot \sqrt{\varphi(\pi \sqrt{s} + \vartheta)}$, $x_2 = \sqrt{\frac{m}{\alpha}} \cdot \sqrt{\varphi(\pi \sqrt{s} - \vartheta)}$, $A_1 = x_1^2 - \mu \vartheta^2$, $A_2 = x_2^2 + \mu \vartheta^2$, $A_0 = A_1 + A_2 = x_1^2 + x_2^2$.

$\frac{1}{A_0} (A_2 \cosh + A_1 \cos)$	$\frac{A_1}{A_0} \frac{A_2}{x_1} \sinh + \frac{A_2}{A_0} \frac{x_2}{x_2} \sin$	$\frac{1}{A_0} (\cosh - \cos)$	$\frac{1}{A_0} \sinh - \frac{1}{A_0} \sin$	$\frac{1}{A_0^2} \left\{ 2(1 - \cosh \cdot \cos) + \left(\frac{x_1}{x_2} - \frac{x_2}{x_1} \right) \sinh \cdot \sin \right\}$
$\frac{1}{A_0} (A_2 x_1 \sinh - A_1 x_2 \sin)$	$\frac{1}{A_0} (A_1 \cosh + A_2 \cos)$	$\frac{1}{A_0} (x_1 \sinh + x_2 \sin)$	$\frac{1}{x_1 x_2} \sinh \cdot \sin$	$\frac{1}{A_0} \left\{ \frac{1}{x_2} \cosh \cdot \sin - \frac{1}{x_1} \sinh \cdot \cos \right\}$
$\frac{A_1 A_2}{A_0} (\cosh - \cos)$	$\frac{A_1^2}{A_0} \frac{A_2}{x_1} \sinh - \frac{A_2^2}{A_0} \frac{x_2}{x_2} \sin$	$\frac{1}{A_0} \left\{ 2 A_1 A_2 (1 - \cosh \cdot \cos) + \left(\frac{x_1}{x_2} A_1^2 - \frac{x_2}{x_1} A_2^2 \right) \sinh \cdot \sin \right\}$	$\frac{1}{A_0} \left\{ \frac{A_1}{x_1} \sinh \cdot \cos + \frac{A_2}{x_2} \cosh \cdot \sin \right\}$	$\frac{1}{A_0^2} \left\{ (A_2 - A_1) (1 - \cosh \cdot \cos) + \left(\frac{x_1}{x_2} A_2 + \frac{x_2}{x_1} A_1 \right) \sinh \cdot \sin \right\}$
$\frac{1}{A_0} (A_2^2 x_1 \sinh + A_1^2 x_2 \sin)$	$\frac{2 A_1 A_2}{A_0} (1 - \cosh \cdot \cos) + \frac{1}{A_0^2} \left(\frac{x_1}{x_2} A_2^3 - \frac{x_2}{x_1} A_1^3 \right) \sinh \cdot \sin$	$\frac{2 A_1 A_2}{A_0^2} (1 - \cosh \cdot \cos) + \frac{1}{A_0^2} \left(\frac{x_1}{x_2} A_2^3 - \frac{x_2}{x_1} A_1^3 \right) \sinh \cdot \sin$	$\frac{1}{A_0} \left\{ \frac{A_1}{x_1} \sinh \cdot \cos + \frac{A_2}{x_2} \cosh \cdot \sin \right\}$	$\frac{1}{A_0^2} \left\{ (A_2 - A_1) (1 - \cosh \cdot \cos) + \left(\frac{x_1}{x_2} A_2 + \frac{x_2}{x_1} A_1 \right) \sinh \cdot \sin \right\}$
	$-\frac{1}{A_0} (x_1 A_2 \sinh \cdot \cos - x_2 A_1 \cosh \cdot \sin)$	$\frac{1}{A_0} (x_1 A_2 \sinh \cdot \cos - x_2 A_1 \cosh \cdot \sin)$	$\cosh \cdot \cos$	$\frac{1}{A_0} \left\{ x_1 \sinh \cos + x_2 \cosh \cdot \sin \right\}$
$\frac{2 A_1^2 A_2^2}{A_0^3} (1 - \cosh \cdot \cos) + \frac{1}{A_0^2} \left(\frac{x_1}{x_2} A_2^4 - \frac{x_2}{x_1} A_1^4 \right) \sinh \cdot \sin$	$-\frac{1}{A_0} \left(x_1 A_2^2 \sinh \cdot \cos + x_2 A_1^2 \cosh \cdot \sin \right)$	$\frac{A_1 A_2}{A_0^2} (A_2 - A_1) (1 - \cosh \cdot \cos) - \frac{1}{A_0^2} \left(\frac{x_1}{x_2} A_2^3 + \frac{x_2}{x_1} A_1^3 \right) \sinh \cdot \sin$	$\frac{1}{A_0} \left\{ \frac{A_1^2}{x_1} \sinh \cdot \cos - \frac{A_2^2}{x_2} \cosh \cdot \sin \right\}$	$\frac{1}{A_0^2} \left\{ 2 A_1 A_2 + (A_1^2 + A_2^2) \cosh \cdot \cos + \left(\frac{x_2}{x_1} A_1^3 - \frac{x_1}{x_2} A_2^3 \right) \sinh \cdot \sin \right\}$

↗ \mathfrak{A} nebensymmetrisch

↖ $\hat{\mathfrak{A}}$ nebensymmetrisch

Tafel 2: Feldmatrizen \mathfrak{B} und $\Delta \mathfrak{B}$ für $s = \frac{m^2}{\alpha^2}$. Argumente der Funktionen x, η .

$1 + \frac{\mu}{2} (\cosh - 1)$	$\frac{1}{2} \left(\eta \mu + \frac{2 - \mu}{x} \sinh \right)$	$\frac{1}{2 \beta^2} (\cosh - 1)$	$-\frac{1}{2 \beta^2} \left(\frac{\sinh}{x} - \eta \right)$	$-\frac{1}{2 \beta^4} \left\{ -(\cosh - 1) + \frac{\partial \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$
$\frac{1}{2} x \mu \sinh$	$\cosh - \frac{\mu}{2} (\cosh - 1)$	$-\frac{x}{2 \beta^2} \sinh$	$\eta \frac{\sinh}{\sqrt{2} \partial}$	$-\frac{1}{2 \beta^2} \left\{ \eta \cosh - \frac{1}{\sqrt{2} \partial} \sinh \right\}$
$-\frac{\mu}{2} (2 - \mu) \partial^2 (\cosh - 1)$	$-\frac{\partial^2}{2} \left[\frac{(2 - \mu)^2}{x} \sinh - \mu^2 \eta \right]$	$\frac{\mu}{2} \left\{ (2 - \mu) (\cosh - 1) + \frac{\partial \mu \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$	$-\frac{\mu}{2} \left\{ (2 - \mu) (\cosh - 1) + \frac{\partial \mu \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$	$-\frac{1}{2 \beta^2} \left\{ \frac{\partial \eta \mu}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} + (1 - \mu) (\cosh - 1) \right\}$
$-\frac{1}{2} \partial^2 \mu^2 x \sinh$		$-\frac{\mu}{2} \left\{ (2 - \mu) (\cosh - 1) + \frac{\partial \mu \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$	$1 + \frac{\mu}{2} \left\{ (2 - \mu) (\cosh - 1) + \frac{\partial \mu \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$	$-\frac{1}{2 \beta^2} \left\{ \frac{\partial \eta \mu}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} + (1 - \mu) (\cosh - 1) \right\}$
		$\frac{\mu \partial}{\sqrt{2}} \sinh$	$-\frac{\mu \partial}{\sqrt{2}} \sinh$	$-\frac{1}{\sqrt{2} \partial} \sinh$
$\frac{\partial^4 \mu^2}{2} \left\{ \frac{\partial \mu^2 \eta}{\sqrt{2}} \sinh - (2 - \mu)^2 (\cosh - 1) \right\}$	$-\frac{\partial^3 \mu^2}{\sqrt{2}} \sinh$	$-\frac{1}{2} \partial^3 \mu \left\{ (2 - \mu) (1 - \mu) (\cosh - 1) - \frac{\partial \mu^2 \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$	$-\frac{1}{2} \partial^3 \mu \left\{ (2 - \mu) (1 - \mu) (\cosh - 1) - \frac{\partial \mu^2 \eta}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$	$-\cosh - \frac{\mu}{2} \left\{ (2 - \mu) (\cosh - 1) + \frac{\partial \eta \mu}{\partial^2} \frac{\sinh}{\sqrt{2}} \right\}$

 \mathfrak{B} nebensymmetrisch $\Delta \mathfrak{B}$ nebensymmetrisch

$\frac{1}{C_0} \left\{ C_1 \cosh_2 - C_2 \cosh_1 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{C_1}{x_1} \sinh_1 - \frac{C_2}{x_2} \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \cosh_1 - \cosh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{1}{x_1} \sinh_1 - \frac{1}{x_2} \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0^2} \left\{ 2(1 - \cosh_1 \cdot \cosh_2) + \left(\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$
$\frac{1}{C_0} \left\{ C_1 \cosh_1 - C_2 \cosh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{C_1}{x_1} \sinh_1 - \frac{C_2}{x_2} \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \cosh_1 - \cosh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{1}{x_1} \sinh_1 - \frac{1}{x_2} \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{1}{x_2} \sinh_2 \cdot \cosh_1 - \frac{1}{x_1} \sinh_1 \cdot \cosh_2 \right\}$
$\frac{C_1 C_2}{C_0} \left\{ \cosh_2 - \cosh_1 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{C_1^2}{x_1} \sinh_1 - \frac{C_2^2}{x_2} \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \cosh_1 - \cosh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{1}{x_1} \sinh_1 - \frac{1}{x_2} \sinh_2 \right\}$	$-\frac{1}{C_0^2} \left\{ (C_1 + C_2)(1 - \cosh_1 \cdot \cosh_2) + \left(\frac{x_1}{x_2} C_2 + \frac{x_2}{x_1} C_1 \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$
$\frac{1}{C_0} \left\{ x_1 C_2 \sinh_2 - x_2 C_1 \sinh_1 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ x_1 C_2^2 \sinh_2 - x_2 C_1^2 \sinh_1 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ 2 C_1 C_2 (1 - \cosh_1 \cdot \cosh_2) + \left(\frac{x_1}{x_2} C_2^2 + \frac{x_2}{x_1} C_1^2 \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{C_1}{x_1} \sinh_1 \cdot \cosh_2 - \frac{C_2}{x_2} \sinh_2 \cdot \cosh_1 \right\}$	$-\frac{1}{C_0^2} \left\{ (C_1 + C_2)(1 - \cosh_1 \cdot \cosh_2) + \left(\frac{x_1}{x_2} C_2 + \frac{x_2}{x_1} C_1 \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$
$x_1 x_2 \sinh_1 \cdot \sinh_2$	$\frac{1}{C_0} \left\{ x_2 C_1 \sinh_2 \cdot \cosh_1 - x_1 C_2 \sinh_1 \cdot \cosh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ x_2 C_1 \sinh_2 \cdot \cosh_1 - x_1 C_2 \sinh_1 \cdot \cosh_2 \right\}$	$\cosh_1 \cdot \cosh_2$	$\frac{1}{C_0} \left\{ x_1 \sinh_1 \cdot \cosh_2 - x_2 \sinh_2 \cdot \cosh_1 \right\}$
$\frac{1}{C_0} \left\{ x_1 C_2^2 \sinh_2 - x_2 C_1^2 \sinh_1 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ C_1 C_2 (C_1 + C_2)(1 - \cosh_1 \cdot \cosh_2) + \left(\frac{x_2}{x_1} C_1^2 + \frac{x_1}{x_2} C_2^2 \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ C_1 C_2 (C_1 + C_2)(1 - \cosh_1 \cdot \cosh_2) + \left(\frac{x_2}{x_1} C_1^2 + \frac{x_1}{x_2} C_2^2 \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ \frac{C_1^2}{x_1} \sinh_1 \cdot \cosh_2 - \frac{C_2^2}{x_2} \sinh_2 \cdot \cosh_1 \right\}$	$\frac{1}{C_0} \left\{ -2 C_1 C_2 + (C_1^2 + C_2^2) \cosh_1 \cdot \cosh_2 - \left(\frac{x_1}{x_2} C_2^2 + \frac{x_2}{x_1} C_1^2 \right) \sinh_1 \cdot \sinh_2 \right\}$

Abkürzungen: $x_1 = \sqrt{\partial(\partial + \pi \sqrt{s})}$, $x_2 = \sqrt{\partial(\partial - \pi \sqrt{s})}$, $\partial = \frac{m \pi}{a}$, $C_1 = x_1^2 + \mu \partial^2$, $C_2 = x_2^2 - \mu \partial^2$, $C_0 = C_1 - C_2 = x_1^2 - x_2^2$.

T a b e l l e 4: Feldmatrizen $\hat{\phi}$ und $\hat{\phi}^*$ für $s = 0$. Argumente der Funktionen $\hat{\phi} \eta$.

$\cosh - \frac{1}{2} \eta \hat{\phi} (1 - \mu) \sinh$	$\frac{1}{2} \hat{\phi} (1 + \mu) \sinh + \frac{\eta}{2} (1 - \mu) \cosh$	$\frac{\eta}{2} \sinh$	$\frac{\eta}{2} \cosh - \frac{1}{2} \hat{\phi}^3 \sinh$	$\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \left(\left(\frac{\sinh}{\hat{\phi}} \right)^2 - \eta^2 \right)$
$\frac{\hat{\phi}}{2} (1 + \mu) \sinh - \frac{\hat{\phi}^2 \eta}{2} (1 - \mu) \cosh$	$\cosh + \frac{1}{2} (1 - \mu) \eta \hat{\phi} \sinh$	$\frac{1}{2} \hat{\phi} \sinh + \frac{\eta}{2} \cosh$	$\frac{1}{\hat{\phi}^2} \sinh^2$	$\frac{1}{2} \hat{\phi}^2 \left(\frac{1}{\hat{\phi}} \sinh \cdot \cosh - \eta \right)$
$-\frac{\hat{\phi}^3}{2} \eta (1 - \mu)^2 \sinh$	$\frac{\eta \hat{\phi}^3}{2} (1 - \mu)^2 \cosh + \frac{1}{2} \hat{\phi} (1 - \mu) (3 + \mu) \sinh$	$\hat{\phi}$ nebensymmetrisch $\hat{\phi}^*$ nebensymmetrisch		$\frac{1}{4} \left\{ \eta^2 (1 - \mu) + \frac{1 + \mu}{\hat{\phi}^2} \sinh^2 \right\}$
$-\frac{\hat{\phi}^3}{2} (3 - 2\mu - \mu^2) \sinh + \frac{\hat{\phi}^4}{2} \eta (1 - \mu)^2 \cosh$	$-\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \eta^2 (1 - \mu)^2 + \frac{1}{4} (1 + \mu)^2 \sinh^2$			$\frac{1}{4} \left\{ \eta^2 (1 - \mu) + \frac{1 + \mu}{\hat{\phi}^2} \sinh^2 \right\}$
$-\frac{\hat{\phi}^3}{2} (3 - 2\mu - \mu^2) \sinh + \frac{\hat{\phi}^4}{2} \eta (1 - \mu)^2 \cosh$	$-\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \eta^2 (1 - \mu)^2 + \frac{1}{4} (1 + \mu)^2 \sinh^2$	$-\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \eta^2 (1 - \mu)^2 + \frac{1}{4} (1 + \mu)^2 \sinh^2$	\cosh^2	$\frac{1}{4} \left\{ \eta^2 (1 - \mu) + \frac{1 + \mu}{\hat{\phi}^2} \sinh^2 \right\}$
$\hat{\phi}^2 \sinh^2$	$\frac{\hat{\phi}}{2} \left\{ (1 + \mu) \sinh \cdot \cosh - \eta \hat{\phi} (1 - \mu) \right\}$	$\frac{\hat{\phi}}{2} \left\{ (1 + \mu) \sinh \cdot \cosh - \eta \hat{\phi} (1 - \mu) \right\}$	\cosh^2	$\frac{1}{2} \left(\eta + \frac{1}{\hat{\phi}} \sinh \cdot \cosh \right)$
$\frac{\hat{\phi}^3}{2} (1 - \mu) \left\{ (3 + \mu) \sinh \cdot \cosh - \hat{\phi} \eta (1 - \mu) \right\} - \hat{\phi}^2 \eta^2$	$\frac{\hat{\phi}^3}{2} (1 - \mu) \left\{ (3 + \mu) \sinh \cdot \cosh - \hat{\phi} \eta (1 - \mu) \right\}$	$\frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \left\{ (1 - \mu^2) (3 + \mu) \sinh^2 - \eta^2 \hat{\phi}^2 (1 - \mu)^2 \right\}$	$\frac{\hat{\phi} (1 - \mu)}{2} \left\{ \eta \hat{\phi} (1 - \mu) + (3 + \mu) \sinh \cdot \cosh \right\}$	$1 + \frac{1}{4} \hat{\phi}^2 \eta^2 (1 - \mu)^2 + \frac{1}{4} (3 + \mu) (1 - \mu) \sinh^2$

Table 5: Feldmatrizen Φ und Ψ für $s < 0$. Argumente der trigonometrischen Funktionen $\varepsilon \eta$, der hyperbolischen Funktionen $\mu \eta$.

$\cosh \cdot \cos - \frac{\partial^2 (1-\mu)}{2\beta\varepsilon} \sinh \cdot \sin$	$\frac{1}{\beta\varepsilon G_0} \left(\beta G_2 \cosh \cdot \sin + \frac{1}{\beta} G_1 \sinh \cdot \cos \right)$	$\frac{\sinh \cdot \sin}{2\beta\varepsilon}$	$\frac{1}{\beta\varepsilon G_0} \left(\beta \cosh \cdot \sin - \frac{1}{\beta} \sinh \cdot \cos \right)$	$\frac{1}{2 G_0 \varepsilon^2 \beta^2} \left\{ \varepsilon^2 \sinh^2 - \beta^2 \sin^2 \right\}$
$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta} G_1 \sinh \cdot \cos - \frac{1}{\varepsilon} G_2 \cosh \cdot \sin \right)$	$\cosh \cdot \cos + \frac{\partial^2 (1-\mu)}{2\beta\varepsilon} \sinh \cdot \sin$	$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon} \cosh \cdot \sin + \frac{1}{\beta} \sinh \cdot \cos \right)$	$\frac{2}{G_0} \left\{ \sinh^2 + \sin^2 \right\}$	$\frac{1}{G_0 \beta \varepsilon} \left\{ \varepsilon \sinh \cdot \cosh - \beta \sin \cdot \cos \right\}$
$-\left\{ 2\beta\varepsilon + \frac{\partial^4 (1-\mu)^2}{2\beta\varepsilon} \right\} \sinh \cdot \sin$	$\frac{1}{G_0} \left\{ \frac{1}{\beta} 2G_2 \beta^2 + G_1 \partial^2 (1-\mu) \sinh \cdot \cos - \frac{1}{\varepsilon} 2G_1 \varepsilon^2 - G_2 \partial^2 (1-\mu) \cosh \cdot \sin \right\}$	$\frac{1}{2 G_0 \varepsilon^2 \beta^2} \left\{ \varepsilon^2 G_1^2 \sinh^2 - \beta^2 G_2^2 \sin^2 \right\}$	$\frac{1}{G_0 \varepsilon \beta} \left\{ \beta G_2 \sin \cdot \cos + \varepsilon G_1 \sinh \cdot \cosh \right\}$	$\frac{1}{2 G_0} \left\{ \frac{G_2}{\varepsilon^2} \sin^2 + \frac{G_1}{\beta^2} \sinh^2 \right\}$
$-\left\{ \frac{1}{\beta} \left(\frac{G_1}{2} \frac{\partial^2 (1-\mu)}{2} + \beta^2 G_2 \right) \sinh \cdot \cos + \frac{1}{\varepsilon} \left(\varepsilon^2 G_1 - G_2 \frac{\partial^2 (1-\mu)}{2} \right) \cosh \cdot \sin \right\}$	$\frac{1}{2 G_0 \varepsilon^2 \beta^2} \left\{ 2 G_0 \varepsilon^2 \beta^2 + \varepsilon^2 G_1^2 \sinh^2 - \beta^2 G_2^2 \sin^2 \right\}$	$\frac{1}{G_0 \varepsilon \beta} \left(\varepsilon G_1 \sinh \cdot \cosh + \beta G_2 \sin \cdot \cos \right)$	$\frac{1}{2 G_0} \left\{ \frac{G_2}{\varepsilon^2} \sin^2 + \frac{G_1}{\beta^2} \sinh^2 \right\}$	$\frac{1}{2 \varepsilon} \sin \cdot \cos + \frac{1}{2 \beta} \sinh \cdot \cosh$
$\frac{1}{2 G_0 \varepsilon^2 \beta^2} \left\{ \varepsilon^2 \sinh^2 [2 G_2 \beta^2 + G_1 \partial^2] + \beta^2 \sin^2 [2 G_1 \varepsilon^2 - G_2 \partial^2] \right\}$	$\frac{1}{2 \varepsilon \beta} \left\{ \varepsilon G_1 \sinh \cdot \cosh - \beta G_2 \sin \cdot \cos \right\}$	$\frac{1}{2 G_0} \left\{ G_1 \left[2 G_2 + \frac{1}{\beta^2} \partial^2 (1-\mu) G_1 \right] \sinh^2 + G_2 \left[2 G_1 - \frac{1}{\varepsilon^2} \partial^2 (1-\mu) G_2 \right] \sin^2 \right\}$	$\frac{1}{G_0 \varepsilon \beta} \left\{ \varepsilon [2 \beta^2 G_2 + \partial^2 (1-\mu) G_1 \sinh \cdot \cosh - \beta [2 \varepsilon^2 G_1 - \partial^2 (1-\mu) G_2] \sin \cdot \cos \right\}$	$\frac{1}{G_0} \left\{ G_1 \cos^2 + G_2 \cosh^2 + \frac{1}{2} \partial^2 (1-\mu) \left(\frac{G_2}{\varepsilon^2} \sin^2 + \frac{G_1}{\beta^2} \sinh^2 \right) \right\}$

Abkürzungen: $\beta = \sqrt{\frac{1}{\partial^2 + \pi^2 s} + \partial}$, $\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\partial^2 + \pi^2 s} - \partial}$, $\partial = \frac{m \pi}{\alpha}$. $G_1 = 2 \beta^2 - \partial^2 (1-\mu)$, $G_2 = 2 \beta^2 + \partial^2 (1-\mu)$, $G_0 = G_1 + G_2 = 2 (\beta^2 + \varepsilon^2)$

Die Determinanten-Übergangsmatrix \hat{U} dividieren wir durch $(t_i/t_{i+1})^3$ und erhalten

$$\left(\frac{t_{i+1}}{t_i}\right)^3 \cdot \hat{U} = \begin{pmatrix} (t_{i+1}/t_i)^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (t_i/t_{i+1})^3 \end{pmatrix} \quad (34)$$

Im Gegensatz zum Abschnitt 3.3 ist bei bereichsweise veränderlicher Stegdicke t auch die veränderliche Bezugsspannung $\sigma_e = \frac{\pi^2 N}{b^2 \cdot t}$ zu beachten. In den Feldmatrizen $\mathfrak{F} = \mathfrak{U}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$ und \mathfrak{G} oder den entsprechenden Determinanten-Feldmatrizen ist die Blechdicke t außer in der Plattensteifigkeit N über die Bezugsspannung σ_e auch im Stabilitätswert \bar{s} aufgegangen. Setzen wir in s nach (2) oder \bar{s} nach Abschnitt 3.3 σ_e ein, so lautet bei gleicher Dicke aller Felder

$$\bar{s}_i = \frac{\sigma_{kr,i} \cdot b^2 \cdot t}{\pi^2 \cdot N} = \frac{\sigma_{kr,i} \cdot b^3}{\pi^2 \cdot E \cdot t^2} 12(1 - \mu^2).$$

Bei bereichsweise veränderlicher Blechdicke t ist ein Feld zum Bezugsfeld zu erklären; seine Dicke nennen wir t_b und die mit ihr berechnete Bezugsspannung $\sigma_{e,b}$. Die Stabilitätswerte \bar{s} aller Felder sind auf das Bezugsfeld zu beziehen. Damit lautet der Stabilitätswert \bar{s}_i des Feldes i bei feldweise veränderlicher Blechdicke

$$\bar{s}_i = \frac{\sigma_{kr,i}}{\sigma_{e,b}} \cdot \frac{t_b^2}{t_i^2} \quad (35)$$

\bar{s}_i ist damit das Verhältnis der $\frac{t_b^2}{t_i^2}$ -fachen Spannung $\sigma_{kr,i}$ zur Bezugsspannung $\sigma_{e,b}$.

6.2 Beim Ausweichen erzwungene Drillachse

Als zweite Sonderbedingung soll die Berücksichtigung einer beim Ausweichen erzwungenen Drillachse beschrieben werden, die durch eine einem Scharniergelenk entsprechende Konstruktion entstehen kann.

Diese Sonderbedingung läßt sich erfassen, indem wir eine unendlich biegesteife Rippe am Ort der erzwungenen Drillachse annehmen. Wir müssen daher die Rippenmatrix (22b) für den Sonderfall $\Phi(\bar{s}_R) = \infty$ verwenden. Im übrigen wird $\Psi(\bar{s}_R) = 0$, da an der Drillachse nur Verschiebungen ausgeschlossen, dagegen Verdrehungen weder verhindert noch behindert sein sollen.

Wie bereits am Ende des Abschnittes 4 erwähnt wurde, versagen die Matrizen für den Fall starrer Rippen völlig. Wir können sie nur über Determinanten-Matrizen erfassen. Dafür teilen wir die Determinanten-Rippenmatrix nach Gleichung (30) durch $\Phi(\bar{s}_R) = \infty$ und erhalten mit $\Psi(\bar{s}_R) = 0$ die gesuchte Übergangsbedingung am Ort der erzwungenen Drillachse mit

$$\hat{R}_\infty = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (36)$$

(Fortsetzung folgt)

Schrifttum

- [1] Chwalla, E.: Das allgemeine Stabilitätsproblem der gedrückten, durch Randwinkel verstärkten Platte. Ing. Arch. 5 (1934) S. 54/65.
- [2] Melan, E.: Verhandlungen des 3. Internationalen Kongresses für Technische Mechanik, Teil III, S. 59. Stockholm 1930.
- [3] Rendulic, L.: Über die Stabilität von Stäben, welche aus einem mit Randwinkeln verstärkten Blech bestehen. Ing. Arch. 3 (1932) S. 447/53.
- [4] Sommerfeld, A.: Über die Knicksicherheit der Stege von Walzwerkprofilen. Zeitschr. f. Math. u. Phys. 54 (1906) S. 113/53 u. S. 337.
- [5] Reißner, H., Zentralblatt der Bauverwaltung 29 (1909) S. 93.
- [6] Nölke, K.: Biegungsbeulung der Rechteckplatte. Ing. Arch. 8 (1937), S. 403/25.
- [7] Barbré, R.: Stabilität gleichmäßig gedrückter Rechteckplatten mit Längs- oder Quersteifen. Ing. Arch. 8 (1937) S. 117/50.
- [8] Fuhrke, H.: Exakte und näherungsweise Bestimmung von Stabwerkschwingungen. Dissertation Darmstadt 1953 und Ing. Arch. 23 (1955), S. 329/48.
- [9] Pestel, P.: Ein allgemeines Verfahren zur Berechnung freier und erzwungener Schwingungen von Stabwerken. Abh. d. Braunsch. Wissensch. Gesellschaft., Bd. IV (1954) S. 227/42.
- [10] Schnell, W.: Berechnung der Stabilität mehrfeldriger Stäbe mit Hilfe von Matrizen, ZAMM 35 (1955) H. 6/7 S. 269/84.
- [11] Marguerre, K.: Vibration and Stability Problems of Beams treated by Matrices. Journ. Math. Phys. 35 (1956) No. 1, S. 28/43.
- [12] Falk, S.: Biegen, Knicken und Schwingen des mehrfeldrigen Balkens. Abh. d. Braunsch. Wissensch. Gesellsch., Bd. VII (1955) S. 74/92.
- [13] Woernle, H.-Th.: Eine Matrizenmethode für mehrfeldrige Balken (Knicken und Schwingen). Stahlbau 25 (1956) H. 6 S. 140/45.
- [14] Schnell, W.: Zur Berechnung der Beulwerte von längs- und querversteiften rechteckigen Platten unter Drucklast. ZAMM 36 (1956) H. 1/2 S. 36/5.
- [15] Bornscheuer, F. W.: Beitrag zur Berechnung ebener, gleichmäßig gedrückter Rechteckplatten, versteift durch eine Längsteife. Dissertation Darmstadt 1944.
- [16] Schnell, W.: Zur Krafteinleitung in die versteifte Kreiszyinderschale. Dissertation Darmstadt 1954.
- [17] Zurmühl, R.: Matrizen. Springer-Verlag. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1958.
- [18] Pflüger, A.: Stabilitätsprobleme der Elastostatik. Springer-Verlag. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1950.
- [19] Sievers, H. u. Bornscheuer, E.: Über die Beulstabilität durchlaufender Platten mit drehsteifen Längsteifen. Stahlbau 22 (1953) H. 7 S. 149/53.
- [20] Reißner, F.: Einige Auswertungsergebnisse der Kipptheorie einfach-symmetrischer Balkenträger. Stahlbau 24 (1955) H. 5 S. 110/13.
- [21] Klöppel, K. u. Scheer, J.: Das praktische Aufstellen von Beul-determinanten für Rechteckplatten mit randparallelen Steifen bei Navierschen Randbedingungen. Stahlbau 25 (1956) H. 5 S. 117/26.
- [22] Klöppel, K. u. Scheer, J.: Beulwerte der durch eine Längsteife im Viertelpunkt der Feldbreite ausgesteifte Rechteckplatte bei Navierschen Randbedingungen. Stahlbau 27 (1958) H. 8 S. 206/12.
- [23] Thomson, W. T.: Matrix Solution for the Vibration of Nonuniform Beams. J. Appl. Mech. 1950, S. 339.
- [24] Unger, H. u. Schäfer, H.-W.: Berechnung kritischer Drehzahlen mehrfach gelagerter Wellen mit der elektronischen Remington-Rand-Rechenanlage. Lochkarte 19 (1954) S. 1803/10.

Vorgespannte Hängekonstruktion aus gegenseitig gekrümmten Seilen mit Diagonalverspannung

Von David Jawerth, Beratender Ingenieur, Stockholm

DK 624.023.8 : 693.816

1. Einleitung

Die hängenden Brückenkonstruktionen gehören zu den ältesten Bausystemen, deren sich die Menschheit bedient. Von den einfachen Lianenbrücken unserer Vorfahren bis zur heutigen nach wissenschaftlichen Grundsätzen gebauten Autobahnbrücke liegt ein langer Weg eingehender Forschungsarbeit.

Daß die hängenden Baukonstruktionen eine wirtschaftlich günstige Lösung vieler Bauaufgaben mit großen Spannweiten darstellen, darüber besteht wohl allgemein kein Zweifel. Über die Berechnung vorgespannter Dächer und Hängestabwerke sind von W. Cornelius [1] und B. Fritz [2] zwei Aufsätze erschienen. Über einige schwedische Projekte mit gegenseitig gekrümmten Seilen berichtete der Verfasser [3].

Bei genauerer Untersuchung des Aufsatzes von B. Fritz [2] ist mit

q in seinem Zahlenbeispiel als ständige Last,

$0,8 q$ als zusätzlich angreifendem Windsog,

δ_s dem in der Dachmitte auftretenden größten Durchhang

und $\Delta \delta_s$ dem in der Dachmitte auftretenden größten Verformungsspiel

bei 50 t Vorspannung $\Delta \delta_s = 44,8 - 10,3 = 34,5$ cm

und ohne Vorspannung $\Delta \delta_s = 85,6 - 50,1 = 35,5$ cm (Tafel 4 und in [2]).

Für ein Hängewerk von so großem Eigengewicht zeigt sich also, daß die Vorspannung nur geringe Bedeutung auf das Verformung

spiel hat. Eine Verminderung von δ_s kann durch vergrößerten Querschnitt erreicht werden, doch ist dies keine wirksame Maßnahme gegen Verformungen durch unsymmetrische Belastung und Temperaturschwankungen.

Wenn in dem obengenannten Aufsatz [2] die Verkehrslast $= q$, Eigengewicht $= 0$ und Windsog $+ 0,8 q$ gesetzt wird, gewinnt die Vorspannung große Bedeutung. Man erhält dann das größtmögliche Verformungsspiel $\Delta \delta_s$ aus der Summe der Einsenkungen δ_s , der Belastung q und der Hebung durch Windsog $0,8 q$, da die Verkehrslast ganz wegfallen kann. Dann muß aber das Beispiel $\Delta \delta_s = 44,8 - 10,3 = 34,5$ cm geändert werden.

Bei 50 t Vorspannung ergibt sich $\Delta \delta_s = 44,8 + 36 = 80,8$ cm und ohne Vorspannung $\Delta \delta_s = 85,6 + 80 = 165,6$ cm.

Das größtmögliche Verformungsspiel unter Wind $\pm 0,8 q$ ist mit Vorspannung $\Delta \delta_s = 2 \times 36 = 72$ cm, und ohne Vorspannung $\Delta \delta_s = 2 \times 80 = 160$ cm.

Hier ist zu bemerken, daß $\Delta \delta_s$ in der Dachmitte gemessen ist und daß durch unsymmetrische Belastung in der Nähe des Viertelpunktes ein größeres Verformungsspiel eintritt.

2. Das gegensinnig gekrümmte Seilsystem

In den Aufsätzen [1] und [2] werden vorgespannte Systeme behandelt, bei denen man jedoch einen der größten Vorzüge der Vorspannung gar nicht benutzt, nämlich die Möglichkeit, dem gezogenen System eine Ausgangsform aufzwingen zu können, die dem Seilpolygon für die maßgebende Belastung entspricht.

Indem man z. B. mit gegensinnig gekrümmten vorgespannten Seilen dem fiktiven Seilpolygon für Vorspannung und Eigengewicht eine dem Seilpolygon für Verkehrslast entsprechende Form gibt, trägt man wirksam dazu bei, die Verformungen und das Verformungsspiel der tragenden Dachkonstruktion infolge Verkehrslast auf ein unschädliches Minimum herabzumindern. Diese Maßnahmen sind am wirksamsten bei gleichmäßiger Belastung des ganzen Systems. Eine zusätzliche Maßnahme, die das Verformungsspiel in der Dachkonstruktion unter einseitiger Last herabsetzt, ist, die Horizontalverschiebung des Kabels in seiner Ebene zu verhindern (Bild 1).

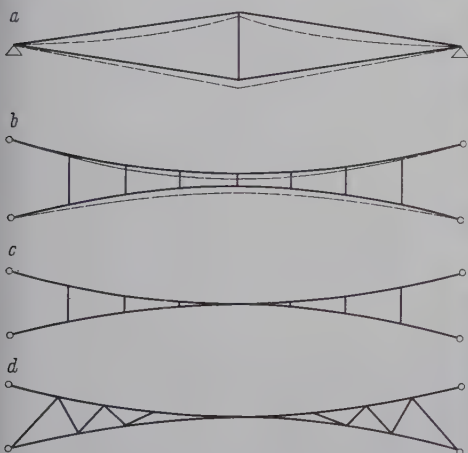


Bild 1. Entwicklung des Systems Jawerth. b, c, d zeigen die dem Seilpolygon für Gleichstreckenlast angepaßten Formen, wobei in d die horizontale Verschiebungsmöglichkeit der Kabelpunkte durch die Diagonalverspannung wirksam erschwert wird.

Die Anwendung von schrägen Hängeseilen ist aus der Projektierung und Verstärkung von amerikanischen Hängebrücken bekannt.

Um einen Überblick über die Steifigkeit der verschiedenen Seilsysteme zu bekommen, sind für vier davon einige einfache Modellversuche im Büro des Verfassers durchgeführt worden (Bild 2).

Der Modellversuch wurde so vorgenommen, daß das Modell in ein I 32 mit eingeschweißten Kopfplatten eingespannt wurde. Die Durchbiegung unter der Last wurde mit drei Meßbuhren, eine

in der Mitte und je eine im Viertelpunkt, gemessen. Die Spannung in der Mitte des oberen Seiles wurde mit zwei gegeneinander angebrachten Huggenberger Dehnungsmesser kontrolliert. Die Durchbiegungen und damit auch die Spannungen wurden mittels eines transparenten Spiegels gegen Kurven, die im Boden des Modells eingezeichnet waren, kontrolliert. Das Verhalten von vier verschiedenen Seilsystemen im Modellversuch zeigt Bild 3. Bild 4 gibt die Abhängigkeit des senkrechten Verformungsspiels von der Vorspannung wieder. Der Kabelfaktor H/EF stimmte mit dem projektierten Überbau des Eisstadions in Stockholm-Johanneshov mit einer Spannweite von 100 m überein. Zur Anschaulichkeit ist System IV, das nicht unter die Rubrik dieses Aufsatzes fällt, dennoch mit aufgeführt.

Von größtem Interesse ist die schrittweise Versteifung gegen unsymmetrische Last, von System I und II zu III (System Jawerth), die durch Verhinderung der Horizontalverschiebung des Kabels mittels verschiedener Maßnahmen erreicht wird (Bild 3). Die Abtreppung der Last in Bild 3 bedeutet das Aufbringen der einzelnen Gewichte; z. B. liefert Eigengewicht und gleichmäßig verteilte Schneelast über die halbe Spannweite im

System III UL: 52,5 cm Durchbiegung

System II UL: 81 cm Durchbiegung.

3. Statische Berechnung

Es bedeuten im folgendem:

- s Kurvenlänge,
- s_0 Kurvenlänge in Ausgangslage,
- s_1 Kurvenlänge in Arbeitslage,
- l Theoretische Spannweite,
- l_0 Theoretische Spannweite, Ausgangslage bei veränderlicher Stützweite,
- l_1 Theoretische Spannweite, Arbeitslage bei veränderlicher Stützweite,
- Δl Verschiebung der Stütze,
- f Pfeilhöhe, (Durchhang),
- f_0 Pfeilhöhe in Ausgangslage,

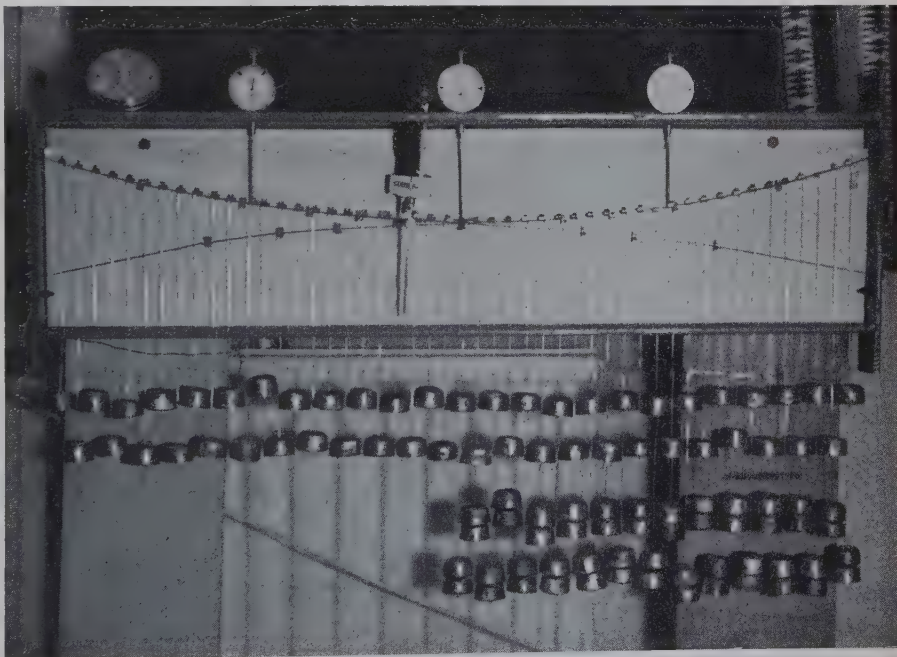


Bild 2. Aufnahme des Modellversuches bei halbseitiger Verkehrslast.

- f_1 Pfeilhöhe in Arbeitslage,
- η $f_1 - f_0$,
- M Moment,
- F Fläche,
- ε Spezifische Dehnung,
- σ Beanspruchung,
- t Temperaturschwankung,
- ω Temperaturbeiwert,

- H Horizontalkraft,
 H_p Horizontalkraft aus Verkehrslast,
 H_g Horizontalkraft aus Eigengewicht,
 V_A Vertikale Stützkraft bei A,
 q Belastungsintensität,
 g Belastungsintensität, Eigengewicht,
 p Belastungsintensität, Verkehrslast,
 V Vorspannkraft,
 ΔV Die Vorspannung im System, wenn es mit Verkehrslast belastet ist,
 V_0 Die Vorspannung, die besteht, wenn $f_0 = 0$,
 ξ Horizontalbewegung des Seiles,
 n f/l .

ausgehen, können wir durch Doppelintegration den Ausdruck für das Seilpolygon als eine Funktion $f(x)$ finden.

Durch Entwicklung der Gleichung für die Bogenlänge

$$s = \int \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx \dots \dots (2)$$

in eine Taylorreihe ergibt sich

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + z} = 1 + \frac{z}{2} - \frac{z^2}{8} + \frac{3z^3}{48} \dots \dots (3)$$

In Gleichung (3) wird für $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ der Ausdruck für das Seilpolygon, den wir aus Gleichung (1) erhielten, eingesetzt und damit folgende Gleichungen für die Bogenlänge des Seilpolygons aufgestellt:

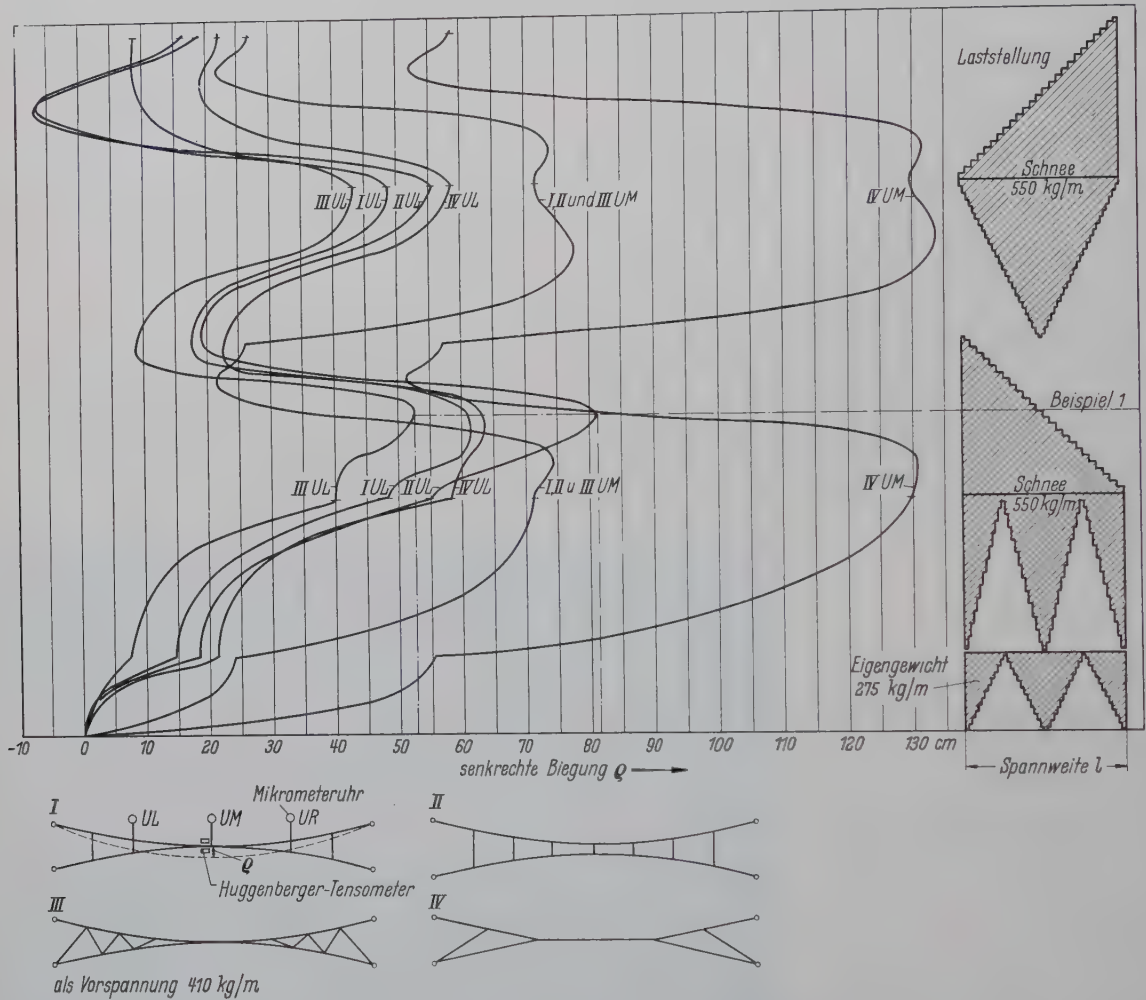


Bild 3. Modellstatische Untersuchungen. Senkrechte Durchbiegung unter Eigengewicht bei verschiedenen Laststellungen der Verkehrslast. Auftrag für eine Spannweite von 100 m

Die statische Berechnung kann in folgende Gruppen eingeteilt werden:

1. Berechnung der geeigneten Vorspannung.
2. Berechnung der verschiedenen Lagen des Systemes unter Einfluß von Eigengewicht, Vorspannung und Verkehrslast.
3. Berechnung bei unsymmetrischer Belastung.
4. Dimensionierung.

Zur Berechnung ist ein vollbiegsames Seil vorausgesetzt. Wir führen unsere Berechnung für drei verschiedene Belastungsverhältnisse nach Bild 5 durch, das auch die prinzipielle Gestalt der Seilpolygone für diese Belastungen zeigt.

Wenn wir von der bekannten Differential-Gleichung

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{M}{EJ} - \frac{q}{H} \dots \dots (1)$$

für Belastung A: (Bild 5).

$$s = l + 2,4 \frac{f^2}{l} - 4,1143 \frac{f^4}{l^3} \dots \dots (4)$$

für Belastung B:

$$s = l + \frac{8f^2}{3 \cdot l} - \frac{32f^4}{5 \cdot l^3} \dots \dots (5)$$

für Belastung C:

$$s = l + \frac{18f^2}{5 \cdot l} - \frac{18f^4}{l^3} \dots \dots (6)$$

Wir ergänzen unsere Aufstellung mit der Bogenlänge eines Kreises

$$s = l \left[1 + \frac{8f^2}{3 \cdot l^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{4f^2}{l^2}\right)^2} + \frac{96f^4}{5 \cdot l^4} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{4f^2}{l^2}\right)^4} \right] \dots (7)$$

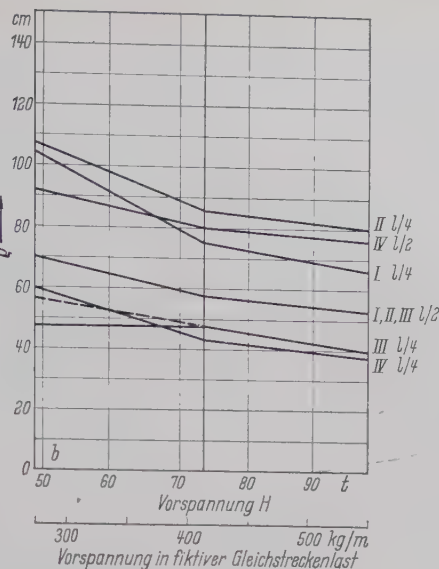
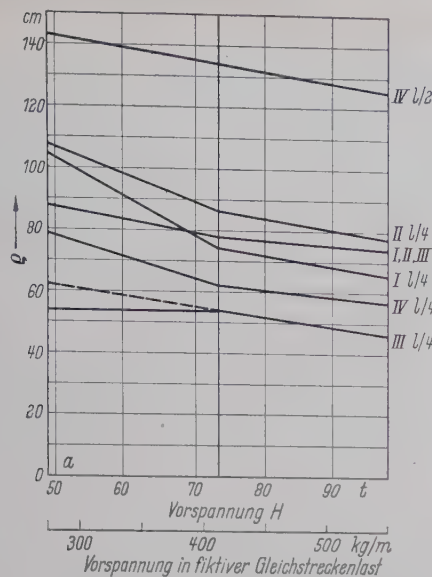


Bild 4. Maximales senkrechtcs Verformungsspiel aus Eigengewicht und Verkehrslast (a) und aus Verkehrslast (b) in Abhängigkeit von den Vorspannungen.

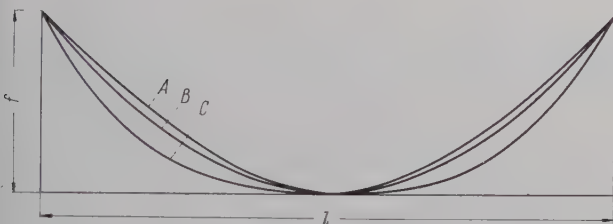
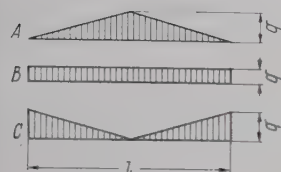


Bild 5. Drei verschiedene Belastungsfälle mit dazugehörigen Seilkurven durch denselben Scheitelpunkt.

und mit der Bogenlänge einer Kettenlinie

$$s = l \left[1 + \frac{8f^2}{3 \cdot l^2} - \frac{32 \cdot 7 \cdot f^4}{5 \cdot 9 \cdot l^4} + \frac{256 \cdot 139 \cdot f^6}{7 \cdot 270 \cdot l^6} \right] \dots (8)$$

Mit den Bezeichnungen gemäß Bild 6 können wir schreiben:

$$s_1 = s_0 (1 + \varepsilon + t \omega) \dots (9)$$

$$\text{Mit } \varepsilon = \frac{1}{EF} \left[\frac{2H}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{H^2 + V^2} \right] \dots (10)$$

und der Abkürzung

$$\left[\frac{2H}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{H^2 + V^2} \right] \cdot \frac{1}{H} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{1 + \frac{V^2}{H^2}} = K \quad (11)$$

V ist hier die vertikale Auflagerkraft — also

$$\varepsilon = \frac{H \cdot K}{EF} = \frac{M \cdot K}{fEF} \dots (12)$$

lautet dann Gleichung (9)

$$s_1 = s_0 \left(1 + \frac{M \cdot K}{fEF} + t \omega \right) \dots (13)$$

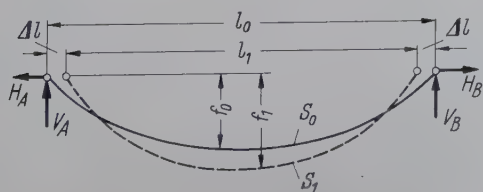
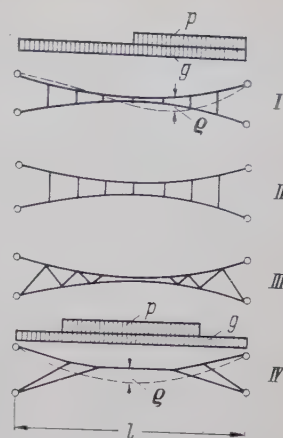


Bild 6. Bezeichnungen



Belastung:
gleichmäßig verteiltes Eigengewicht
und Verkehrslast in ungünstigster
Laststellung
 $g = \text{Eigengewicht} = 275 \text{ kg/m}$
 $p = \text{Verkehrslast} = 550 \text{ kg/m}$
Spannweite = 100 m
 $n = f_g/l = 0,07$

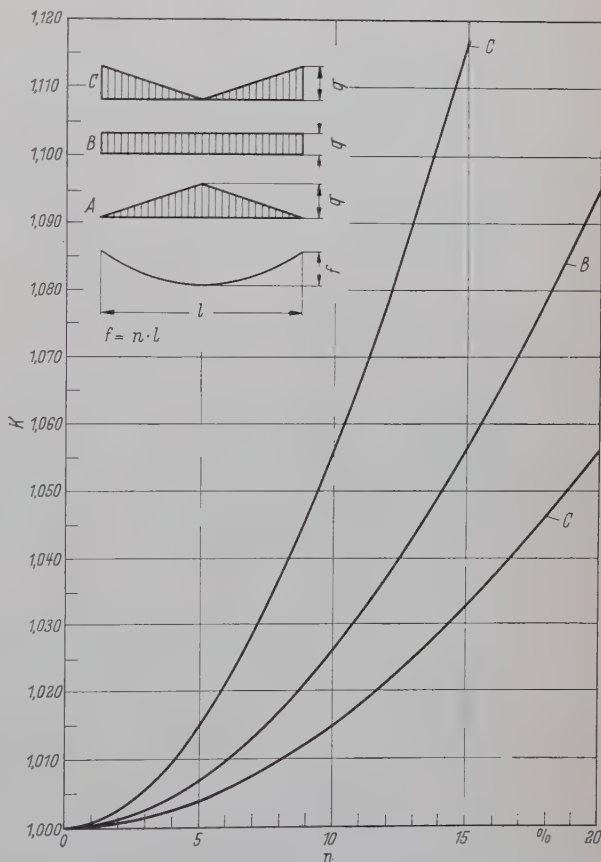


Bild 7. Auftragung der K-Werte über $n = \frac{f}{l}$.

Für unsere drei verschiedenen Belastungen gilt

$$K_A = \frac{1}{3} \left(2 + \sqrt{1 + 9n^2} \right), \dots (14)$$

$$K_B = \frac{1}{3} \left(2 + \sqrt{1 + 16n^2} \right), \dots (15)$$

$$K_C = \frac{1}{3} \left(2 + \sqrt{1 + 36n^2} \right), \dots (16)$$

welche Werte wir im Diagramm Bild 7 wiedergeben.

Wenn wir nun Gleichung (13) mit unserem Ausdruck für die verschiedenen Bogenlängen der Gleichungen (4) bis (6) vervollständigen, können wir, wenn wir nur zwei Terme im Reihenausdruck für die Bogenlänge anwenden, folgende Gleichungen aufstellen:

Belastung A nach Bild 7:

$$f_1 = \sqrt{\left[\left(l_0 + \frac{2,4 \cdot f_0^2}{l_0}\right) \left(1 + \frac{K \cdot q \cdot l_1^2 - 12 \cdot V_0 \cdot f_1}{12 \cdot f_1 \cdot EF} + t \omega\right) - l_1\right] \frac{l_1}{2,4}} \quad (17)$$

$$f_0 = \sqrt{\left[\left(l_1 + \frac{2,4 \cdot f_1^2}{l_1}\right) \left(1 - \frac{K \cdot q \cdot l_1^2 - 12 \cdot V_0 \cdot f_1}{12 \cdot f_1 \cdot EF} + t \omega\right) - l_0\right] \frac{l_0}{2,4}} \quad (18)$$

wobei V_0 die etwaige Vorspannung bedeutet, die bestehen bleibt, wenn $f_0 = 0$ ist:

$$V_0 = \frac{q \cdot l_1^2 \cdot K}{12 \cdot f_1} - \frac{2,4 \cdot f_1^2 \cdot EF}{l_1^2} - t \omega \cdot EF \quad (19)$$

Nur bei sehr flachen, stark vorgespannten Systemen kommt es vor, daß $V_0 > 0$ ist.

Belastung B:

$$f_1 = \sqrt{\left[\left(l_0 + \frac{8 \cdot f_0^2}{3 \cdot l_0}\right) \left(1 + \frac{K \cdot q \cdot l_1^2 - 8 \cdot V_0 \cdot f_1}{8 \cdot f_1 \cdot EF} + t \omega\right) - l_1\right] \frac{3 l_1}{8}} \quad (20)$$

$$f_0 = \sqrt{\left[\left(l_1 + \frac{8 \cdot f_1^2}{3 \cdot l_1}\right) \left(1 - \frac{K \cdot q \cdot l_1^2 - 8 \cdot V_0 \cdot f_1}{8 \cdot f_1 \cdot EF} + t \omega\right) - l_0\right] \frac{3 l_0}{8}} \quad (21)$$

$$V_0 = \frac{K \cdot q \cdot l_1^2}{8 \cdot f_1} - \frac{8 \cdot f_1^2 \cdot EF}{3 \cdot l_1^2} - t \omega \cdot EF \quad (22)$$

Belastung C:

$$f_1 = \sqrt{\left[\left(l_0 + \frac{18 \cdot f_0^2}{5 \cdot l_0}\right) \left(1 + \frac{K \cdot q \cdot l_1^2 - 24 \cdot V_0 \cdot f_1}{24 \cdot f_1 \cdot EF} + t \omega\right) - l_1\right] \frac{5 l_1}{18}} \quad (23)$$

$$f_0 = \sqrt{\left[\left(l_1 + \frac{18 \cdot f_1^2}{5 \cdot l_1}\right) \left(1 - \frac{K \cdot q \cdot l_1^2 - 24 \cdot V_0 \cdot f_1}{24 \cdot f_1 \cdot EF} + t \omega\right) - l_0\right] \frac{5 l_0}{18}} \quad (24)$$

$$V_0 = \frac{K \cdot q \cdot l_1^2}{24 \cdot f_1} - \frac{18 \cdot f_1^2 \cdot EF}{5 \cdot l_1^2} - t \omega \cdot EF \quad (25)$$

Wir kennen nun in unserem Seilsystem die Summe f_0 (oben), f_u (unten) und die beiden Kurven

$$f_1^o = f(q + p + \Delta V \dots); \quad f_1^u = f(\Delta V \dots)$$

Damit können wir durch probeweises Einsetzen von ΔV sowie durch Ermitteln des Schnittpunktes der beiden Kurven das gemeinsame ΔV finden.

4. Berechnung der Horizontalverschiebung des Seiles sowie der Kräfte in den Diagonalspannseilen

Wir folgen einer der bekannten Theorien über Hängebrücken (vgl. [4]) und betrachten das Element ds , das wegen der Belastung verlängert und das in Horizontalrichtung um ξ und in Vertikalrichtung um η verschoben wird (Bild 8).

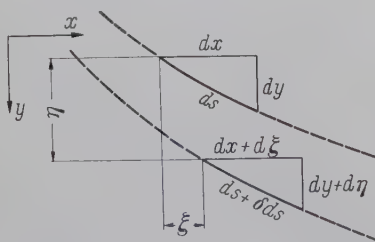


Bild 8. Bezeichnungen am Seilelement

Variieren wir die Beziehung $(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$, so ergibt sich

$$\delta ds = \delta dx \frac{dx}{ds} + \delta dy \frac{dy}{ds} = d\xi \frac{dx}{ds} + d\eta \frac{dy}{ds} \quad (26)$$

$$\text{oder } d\xi = \delta ds \frac{ds}{dx} - d\eta \frac{dy}{dx}, \text{ wobei } \delta ds = \frac{H_p \cdot ds}{EF} \cdot \frac{ds}{dx} \text{ ist.}$$

$$\int d\xi = \frac{H_p}{EF} \int \left(\frac{ds}{dx}\right)^2 ds - \int \frac{dy}{dx} d\eta; \quad H_p = \beta H_g; \quad (27)$$

$$\xi = \frac{H_p}{EF} \int \left(\frac{ds}{dx}\right)^2 ds - \int \frac{dy}{dx} d\eta \quad (28)$$

Durch partielle Integration ist

$$\int \frac{dy}{dx} d\eta = \frac{dy}{dx} \cdot \eta - \int \frac{d^2 y}{dx^2} \cdot \eta dx \quad (29)$$

Hiermit wird

$$\xi = \frac{\beta \cdot H_g}{EF} \int_0^x \frac{1}{\cos^3 \varphi} dx + \frac{8f}{l^2} \int_0^x \eta dx - \frac{dy}{dx} \eta \quad (30)$$

Durch Einsetzen des Ausdrucks für die Einflußlinie des Seiles

$$\eta_0 = \frac{8f}{l^2} (l-a) \cdot x \left[1 - \frac{3a}{l^2} (l-x)\right] \frac{P}{Q(1+\beta)}, \quad (31)$$

ergibt sich

$$\xi = \varepsilon_P \int_0^x \frac{1}{\cos^3 \varphi} dx - \frac{32f^2}{l^2} (l-a) x \left[l-x - \frac{3a}{l} (l-2x) - \frac{4ax^2}{l^2}\right] \frac{P}{Q(1+\beta)} \quad (32)$$

Von der Dehnung des Seiles abgesehen, können wir für die gleichmäßig verteilte Verkehrslast des halben Systemes ξ ausdrücken zu

$$\xi = -\frac{1}{1+\beta} \cdot \frac{4pf^2}{g \cdot l} \cdot \frac{x}{l} \left(1 - \frac{3x}{l} + \frac{8x^2}{3l^2}\right) \quad (33)$$

Mit Hilfe der Gleichungen für ξ können wir die Horizontalverschiebung des zusammengesetzten Systemes berechnen:

$$\xi_v = \frac{\xi_o \cdot \xi_u}{\xi_o + \xi_u} \quad (34)$$

Die Verschiebung entspricht einer virtuellen antisymmetrischen Belastung

$$p_r = \frac{P}{2} \cdot \frac{\xi_v}{\xi_o}, \quad (35)$$

womit wir die Summe der entstehenden Horizontalkräfte erhalten zu

$$R = \frac{p_r \cdot l^2}{8 \cdot f} \quad (36)$$

Setzen wir voraus, daß das System nach Bild 9 beschaffen ist, so erhalten wir die einzelnen Kräfte, die zur Verhinderung der gegen-

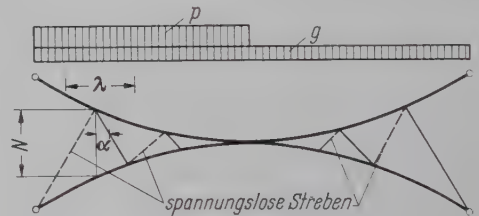


Bild 9. Wirkung der Diagonalvorspannung

seitigen Horizontalverschiebung der einander gegenüberliegenden Seile notwendig sind, zu

$$R = \lambda (q_v \pm p_r) \tan \alpha \quad (37)$$

Hierbei ist q_v die fiktive Belastung aus der Vorspannung. Die hier gemachten Annahmen gelten, wenn ξ Seil größer ist als ξ Hängestrebe, wobei die strichlierten Streben spannungslos sind.

ξ Seil wird gemäß obenerwähnter Formel berechnet und ξ Strebe ist gleich $\xi_a + \xi_b$, wobei infolge der Dehnung der Strebe ξ_a und infolge der Horizontalverschiebung der gegenüberliegenden Seile ξ_b entsteht.

$$\xi_a = (q_v \pm p_r) \frac{\lambda \cdot z}{2EF} \cdot \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha} \quad (38)$$

ξ_b ist wie oben angegeben berechnet.

Bild 10 zeigt die konstruktive Ausbildung des Anschlusses der Diagonalspannseile.

Einen Vergleich zwischen η_{mitte} der Durchsenkung in einem Radial-Stab-Spannwerk bei verschiedener Vorspannung und einer Hängekonstruktion aus gegensinnig gekrümmten Seilen mit Diagonalspannung zeigt Bild 11.

Daten: Auflagepunkte unverschiebbar, $\sigma = 5000 \text{ kg/cm}^2$, $f_{\text{max}} = 2 \text{ m}$, $l = 40 \text{ m}$.

1. Hängekonstruktion aus gegensinnig gekrümmten Seilen mit Diagonalvorspannung:

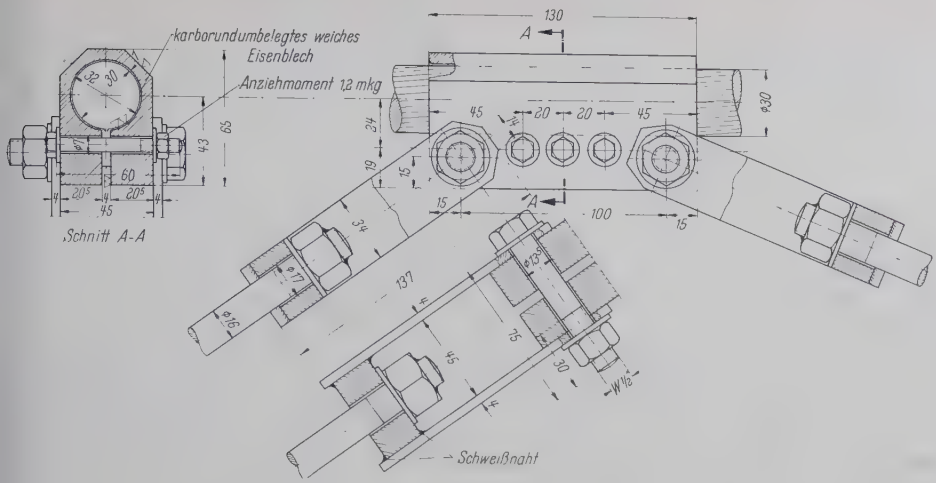


Bild 10. Konstruktive Ausbildung eines Anschlusses der Diagonalspannseile

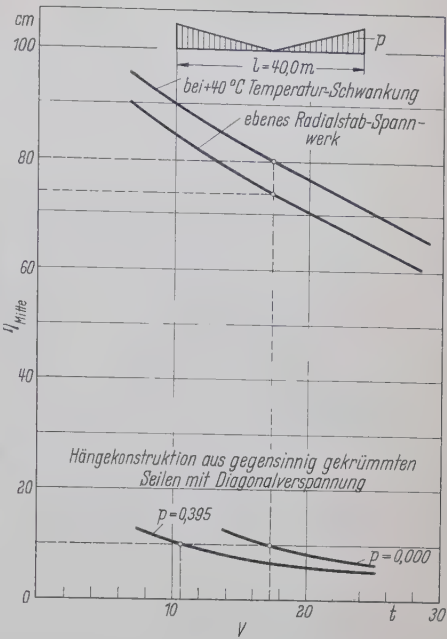


Bild 11. Vergleich der Durchsenkung η_{mitte} bei einem Radialstabspannwerk und System Jawerth

$V = 17,4 \text{ t}$, die unter Belastung mit Verkehrslast
 $q = 0,393 \text{ t}$ auf $10,6 \text{ t}$ sinkt.
 $\eta_{\text{mitte}} = 10 \text{ cm}$.
 40° Temperaturschwankungen führen zu keiner Veränderung von η_{mitte} .

2. Ebenes Radial-Stab-Spannwerk:

$V = 17,4 \text{ t}$, $p = 0,393 \text{ t}$, $\eta_{\text{mitte}} = 74 \text{ cm}$,
mit 40° C Temperaturschwankungen $\eta_{\text{mitte}} = 82 \text{ cm}$.

5. Schlußbetrachtung

Mit dem gegensinnig gekrümmten Seilsystem haben wir eine Baukonstruktion erhalten, die bei richtiger Anwendung die für permanente Bauten zu fordernde Steifigkeit und Beharrung gegen Verformungen und Schwingungen besitzt.

Das Kennzeichnende und Besondere dieses Systems ist die im Verhältnis zur zulässigen Beanspruchung große Sicherheit gegen Bruch und seine Unempfindlichkeit gegen Temperaturschwankungen.

Eine Besonderheit der Konstruktion ist vom Standpunkt der Bauwerksicherheit bemerkenswert. Da das Eigengewicht im allgemeinen sehr niedrig ist, wird das Material in erster Linie durch die Vorspannung beansprucht, die bei der unter hohen Temperaturen auftretenden Dehnung des Stahls verschwindet. Die Konstruktion hängt dann zwar schlaff, aber doch ohne einzustürzen und ohne so die Feuerwehrmannschaft zu gefährden.

Das gegensinnig gekrümmte System kann vorteilhaft sowohl als radiales wie auch als paralleles System verwendet werden. Das parallele dürfte für Sporthallen, Flugzeughallen und Lagerhallen große Verwendung finden. Besonders das mehrschiffige System erweist sich als sehr wirtschaftlich.

Es darf hier die Hoffnung ausgesprochen werden, daß die Projekt-Ingenieure sorgfältig und methodisch dazu beitragen mögen, den leichten, hängenden Stahlkonstruktionen mit ihrem geringen Materialverbrauch einen mit der Zeit immer bedeutender werdenden Platz im Bauwesen zu sichern.

Schrifttum

- [1] Cornelius W.: Die statische Berechnung eines seilverspannten Daches am Beispiel des US-Pavillons auf der Weltausstellung in Brüssel 1958. Stahlbau 27 (1958) H. 4, S. 98/103.
- [2] Fritz B.: Radial vorgespannte, stählerne Stabhängewerke und ihre Verwendungsmöglichkeiten. Stahlbau 27 (1958) H. 5, S. 113/117.
- [3] Jawerth D.: Spannkonstruktion med linor. Byggnadsingenjören (1956) H. 4, S. 12/17.
- [4] Granholm H.: Beräkning av hängbroar. Chalmers Tekniska Högskolas Handlingar. Nr. 22/1943 und 46/1945.

Näherungsverfahren zur Bestimmung der Grundfrequenzen frei schwingender Rahmen

Von Dipl.-Ing. Josef Appeltauer

Mitteilung des Lehrstuhls für Festigkeitslehre der Technischen Hochschule Timisoara (Rumänien)

DK 531.391.3 : 624.072.33

1. Erläuterung des Näherungsverfahrens

Wenn es möglich ist, das Verhalten eines Bauwerks als Ganzes zu erfassen, so erübrigen sich die am Differentialelement anzuschreibenden Differentialgleichungen, und man kommt mit algebraischen Gleichgewichts- und Energiegleichungen aus. Da die Eigenschwingungsform der Grundschwingung eines Rahmens mit der betreffenden Knickfigur näherungsweise übereinstimmt, kann das für Knicklängenberechnung bekannte energetische Verfahren von Puwein-Sahmel [1], [2] auch auf die näherungsweise Bestimmung von Grundfrequenzen frei schwingender Rahmen ausgedehnt werden¹⁾. Dies geschieht durch Gleichsetzen der von der maßgebenden Knotenpunkt angebrachten waagerechten Einheitskraft geleisteten Formänderungsarbeit mit der von den Träg-

heitskräften bei der gleichen Verformung aufgespeicherten Energie. Die längs eines Stabes gleichmäßig verteilt angenommene Masse wird dabei durch konzentrierte Massen in den Rahmenknoten ersetzt.

Die Berechnung der reduzierten Massen erfolgt sinngemäß aus der auf Grund gleicher Arbeitsleistung aufgestellten Näherungsformel

$$m_r = m \frac{\int_0^h y^2 dx}{f^2}, \dots \dots \dots (1)$$

wobei m die auf die Längeneinheit bezogene Masse des Rahmenstieles, y und f eine beliebige Verformungsordinate und die maximale Knotenverschiebung bedeuten.

¹⁾ Eine ähnliche Vereinfachung erreichte Habel [7] durch Benutzung des Näherungsverfahrens von Takabeya.

Bei der Auswertung der Formel (1) für die in der Praxis vorkommenden Fälle (Bild 1), können die von Sahmel für starre Riegel bestimmten Momentenlinien beibehalten werden. Man erhält so für den gelenkigen Stiel (Bild 1 a)

$$m_r = \frac{8}{15} m h \sim \frac{m h}{2}, \dots \dots \dots (2)$$

für den eingespannten Stiel (Bild 1 b)

$$m_r = \frac{13}{35} m h \sim \frac{m h}{3}, \dots \dots \dots (3)$$

und für eine Stockwerksstütze (Bild 1 c)

$$m_r = \frac{m h}{3} \left(\frac{\Delta f}{f_2} \right)^2 + m h \frac{f_1 f_2}{f_2^2}, \dots \dots \dots (4)$$

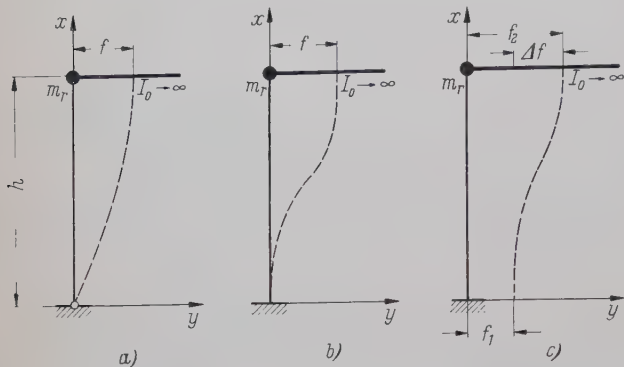


Bild 1. Vereinfachte Stützenlagerungen zur Berechnung der reduzierten Massen

wobei die Abrundungen sich den wahren Werten nähern. Da in der antimetrischen Form der Grundschwingung die Riegelverformung belanglos ist, wird die volle Riegelmasse auf die beiden Endpunkte verteilt.

Das Näherungsverfahren weist folgende Vorteile auf:

1. die sich mittels einfacher statischer Rechnungen ergebende formelmäßige Bestimmung der niedrigsten Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit von den Biegesteifigkeiten, den Längeneinheitenmaßen und den Netzlängen des Rahmens;

2. die ebenfalls formelmäßige Berücksichtigung des Einflusses der Stielnormalkräfte auf die niedrigste Eigenschwingungszahl des Rahmens.

Wie durchgerechnete Zahlenbeispiele beweisen, ergibt das Verfahren hinreichend genaue Ergebnisse, zumal wenn man noch in Betracht zieht, daß Eigenschwingungszahlen den entwerfenden Ingenieur mehr der Größenordnung nach angehen.

2. Der einfache Rahmen

2.1 Der Zweigelenrahmen

In der sinusförmigen Zeitabhängigkeit der Grundschwingung $v(x, t) = f(x) \cdot \sin \omega \cdot t$ mit der Amplitude $f(x)$ und der Kreisfrequenz ω , ergibt sich die Arbeit der von der punktförmigen Masse M herrührenden Trägheitskraft zu

$$A = \int_0^f M \omega^2 v dv = \frac{1}{2} (M f \omega^2) f.$$

Setzt man nach dem unter 1. Gesagten diese Arbeit mit der Formänderungsarbeit der am linken Riegelknotenpunkt angebrachten Einheitslast gleich (Bild 2), so lautet die energetische Grundgleichung für den Zweigelenrahmen:

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot f = \frac{1}{2} M \omega^2 f^2,$$

oder auch

$$M \omega^2 f - 1, \dots \dots \dots (5)$$

worin

$$f = \frac{h^3}{12 E J} \left(2 + 0,822 \cdot \frac{l'}{h} \right) \quad \text{mit} \quad l' = l \frac{J}{J_0}$$

und

$$M = 2 \frac{m h}{2} + m_0 l = m h \left(1 + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \right) \quad \text{ist.}$$

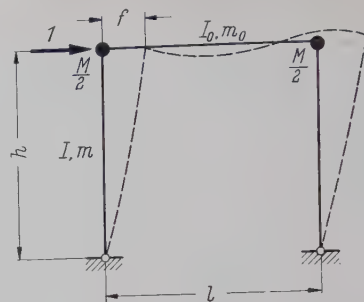
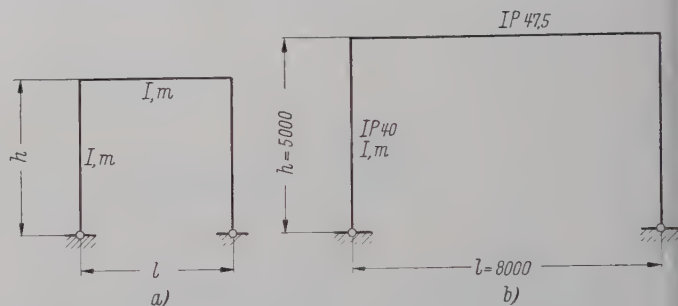


Bild 2. Grundschwingung des Zweigelenrahmens

(Im Ausdruck des Biegepeiles ist 0,822 der Puweinsche Korrekturfaktor.) Es ist beachtenswert, daß laut Gleichung (5) für den Fall des einstöckigen Rahmens die gesamte Trägheitskraft gleich der einheitlichen Hilfskraft wird. Die Kreisfrequenz der Eigenschwingung folgt nun zu

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{M f}} = \frac{3,46}{h^2} \sqrt{\frac{E J}{m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \right) \left(2 + 0,822 \frac{l'}{h} \right)}}. \quad (6)$$



Beispiel Snitko [3]

Beispiel Sahmel [2]

Bild 3. Systemskizzen der Beispiele für Zweigelenrahmen nach Snitko und Sahmel

Wendet man Formel (6) auf die Beispiele nach Bild 3 a und 3 b an, so wird im ersten Fall das innerhalb Rechenschiebergengenauigkeit mit der strengen Rechnung übereinstimmende Ergebnis

$$\omega = \frac{1,455}{h^2} \sqrt{\frac{E J}{m}}$$

erhalten, während im zweiten der Näherungswert

$$\omega = \frac{1,23}{h^2} \sqrt{\frac{E J}{m}}$$

nur mit 0,82 % von der genauen Lösung abweicht.

Werden auch die Normalkräfte in den Rahmenstielen nach Bild 4 berücksichtigt, so muß die Formänderungsarbeit der Hilfskraft 1

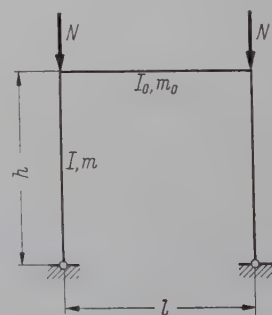


Bild 4. Systemskizze von Zweigelenrahmen mit Berücksichtigung der Stielnormalkräfte

sowohl der Arbeit der Trägheitskräfte als auch der Verformungsarbeit der Stielnormalkräfte entsprechen. Die Grundgleichung lautet somit:

$$\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot f = \frac{1}{2} M \omega^2 f^2 + 2 N u,$$

worin u die Senkung der Stielköpfe infolge der Rahmenverformung bedeutet. Dabei werden die Stieldruckkräfte positiv eingeführt. Danach Puwein

$$\frac{4u}{f} = \frac{1}{N_K}$$

beschrieben werden kann, folgt die abgeminderte Kreisfrequenz zu

$$\omega_N = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{N}{N_K}}, \quad \dots \quad (7)$$

wobei mit N_K die Rahmenknickkraft bezeichnet wurde. Es scheint zweckmäßig, eine neue reduzierte Masse gemäß

$$M_N = \frac{M}{1 - \frac{N}{N_K}} \quad \dots \quad (8)$$

zu bestimmen; dann läßt sich die Kreisfrequenz wieder aus der einfachen Beziehung

$$\omega_N = \frac{1}{\sqrt{M_N f}} \quad \dots \quad (7')$$

errechnen. Greift man auf das Beispiel nach Bild 3 a zurück, so folgt mit dem von Snitko [3] seinem Beispiel zugrunde gelegten Ver-

hältnis $\frac{N}{N_K} = 0,451$:

$$\omega_N = \frac{1,078}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}$$

was nur mit 2,3% vom Snitkoschen Wert abweicht. Die Normalkräfte vermindern demnach die Eigenschwingungszahl um rund 26%.

2.2 Der eingespannte Rahmen

Mit $f = \frac{h^3}{48 EJ} \left(2 + 0,822 \frac{l'}{h} \right)$

und $M = 2 \frac{mh}{3} + m_0 l = mh \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \right)$ ergibt sich aus (5):

$$\omega = \frac{6,93}{h^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{3} + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \right) \left(2 + 0,822 \frac{l'}{h} \right)}} \quad (9)$$

Für die in Bild 5 a und 5 b dargestellten Rahmen liefert Formel (9)

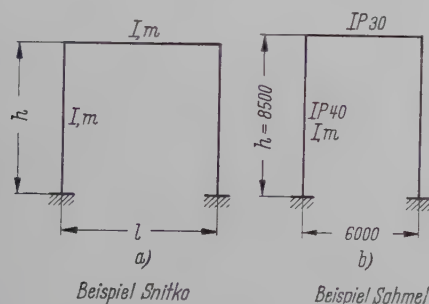


Bild 5. Systemskizzen der Beispiele nach Snitko und Sahmel für eingespannte Rahmen

Die Eigenschwingungszahlen

$$\omega = \frac{3,18}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} \quad \text{und} \quad \omega = \frac{3,47}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}},$$

die sich nur um 0,67% und 3,6% von den genauen Werten unterscheiden. Mit $\frac{N}{N_K} = 0,435$ vermindert sich die Kreisfrequenz des Rahmens nach Bild 5 a auf

$$\omega_N = \frac{2,39}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}},$$

also um rund 25%.

Der Stockwerkrahmen

Wird zunächst der gelenkig gelagerte Zweistockrahmen nach Bild 6 betrachtet, so lautet die energetische Grundgleichung:

$$1 \cdot f_2 = M_1 \omega^2 f_1^2 + M_2 \omega^2 f_2^2,$$

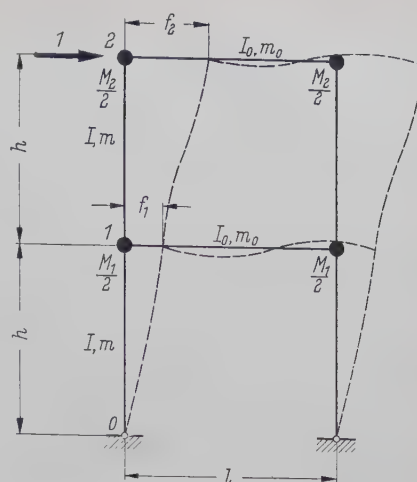


Bild 6. Grundschwingung des gelenkig gelagerten Stockwerkrahmens

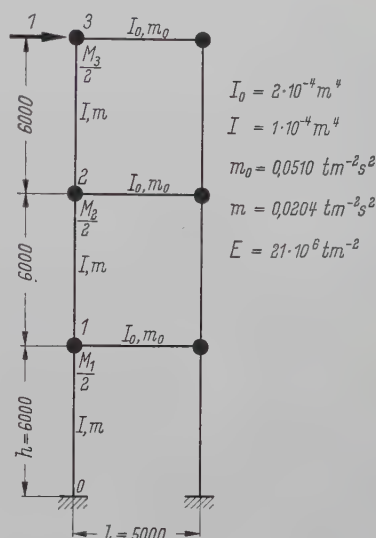


Bild 7. Systemskizze des Stockwerkrahmens nach dem Beispiel von Koloušek

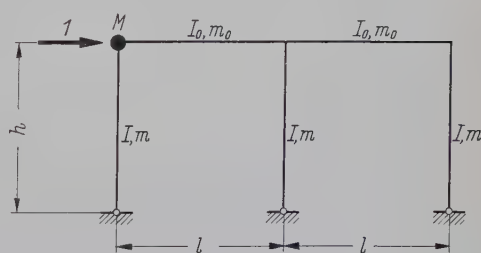


Bild 8. Systemskizze des gelenkig gelagerten Zweifeldrahmens

worin bedeuten:

$$f_1 = \frac{h^3}{24 EJ} \left(4 + 2,47 \frac{l'}{h} \right); \quad f_2 = \frac{h^3}{24 EJ} \left(5 + 4,11 \frac{l'}{h} \right);$$

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{h^3}{24 EJ} \left(1 + 1,64 \frac{l'}{h} \right);$$

$$M_1 = 2 \frac{mh}{2} + m_0 l = mh \left(1 + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \right);$$

$$M_2 = 2 \frac{mh}{3} \left(\frac{\Delta f}{f_2} \right)^2 + 2mh \frac{f_1 f_2}{f_2^2} + m_0 l =$$

$$= mh \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\Delta f}{f_2} \right)^2 + 2 \frac{f_1 f_2}{f_2^2} + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \right].$$

Hieraus folgt unmittelbar die Formel der Kreisfrequenz:

$$\omega = \sqrt{\frac{f_2}{M_1 f_1^2 + M_2 f_2^2}} = \frac{1}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} \sqrt{\frac{24 \left(5 + 4,11 \frac{l'}{h}\right)}{\left(1 + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h}\right) \left(4 + 2,47 \frac{l'}{h}\right)^2 + \frac{2}{3} \left(1 + 1,64 \frac{l'}{h}\right)^2 + 2 \left(4 + 2,47 \frac{l'}{h}\right) \left(5 + 4,11 \frac{l'}{h}\right) + \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h} \left(5 + 4,11 \frac{l'}{h}\right)^2}} \quad (10)$$

Sind nun wieder sämtliche Netzlängen, Trägheitsmomente und Einheitsmassen gleich, vereinfacht sich der Ausdruck (10) zu

$$\omega = \frac{0,87}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}},$$

und bleibt nur um 1,1% kleiner als der sehr mühsam errechnete genaue Wert.

Als zweites Beispiel sei ein eingespannter Dreistockrahmen nach K o l o u š e k [4] angeführt (Bild 7). Aus der Grundgleichung

$$1 \cdot f_3 = M_1 \omega^2 f_1^2 + M_2 \omega^2 f_2^2 + M_3 \omega^2 f_3^2$$

folgt auf nunmehr bekannte Weise

$$\omega = \frac{1,01}{h^3} \sqrt{\frac{EJ}{m}} \cong 9,00 \text{ s}^{-1},$$

um rund 7% größer als der von K o l o u š e k bestimmte genaue Wert.

4. Der mehrstielige Rahmen

Auf den Fall des gelenkig gelagerten Zweifeldrahmens nach Bild 8 kann Gleichung (5) angewendet werden mit

$$f = \frac{h^3}{24 EJ} \left(3 + \frac{l'}{h}\right) \text{ und } M = 3 \frac{mh}{2} + 2m_0 l = mh \left(\frac{3}{2} + 2 \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h}\right).$$

Die Formel der Kreisfrequenz lautet:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{Mf}} = \frac{1}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} \sqrt{\frac{24}{\left(\frac{3}{2} + 2 \frac{m_0}{m} \cdot \frac{l}{h}\right) \left(3 + \frac{l'}{h}\right)}} \quad (11)$$

Wählt man abermals gleiche Netzlängen, Trägheitsmomente und Einheitsmassen, wird die Kreisfrequenz

$$\omega = \frac{1,31}{h^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}.$$

Setzt man diese Grundfrequenz in die nach dem Formänderungsverfahren berechnete Schwingungsgleichung ein, verbleibt eine Differenz von nur 6,8%.

Der Einfluß der Stielnormalkräfte auf die Grundschiwingung der Stockwerk- und mehrstieligen Rahmen bildet den Gegenstand einer weiteren Untersuchung.

Schrifttum

- [1] P u w e i n, M. G.: Die Knickfestigkeit des Stockwerkrahmens. Stahlbau 9 (1936) H. 26 S. 201, 10 (1937) H. 1 S. 7, 11 (1938) H. 14/15, S. 119.
- [2] S a h m e l, P.: Näherungsweise Berechnung der Knicklängen von Stockwerkrahmen. Stahlbau 24 (1955) H. 4 S. 89.
- [3] S n i t k o, N. K.: Berechnungsverfahren für dynamisch beanspruchte Bauten. Leningrad 1953 (in rumänischer Übersetzung IDT Bucuresti 1955).
- [4] K o l o u š e k, V.: Baudynamik der Durchlaufträger und Rahmen. Leipzig 1953, Fachbuchverlag (Übersetzung aus dem Tschechischen).

Weitere Hinweise der Schriftleitung:

- [5] F u h r k e, H.: Massenreduktion zur näherungsweisen Bestimmung der Eigenfrequenzen von Mehrmassen-Systemen. Stahlbau 23 (1954) H. 8 S. 181/84.
- [6] K o l o u š e k, V.: Berechnung der schwingenden Stockwerkrahmen nach der Deformationsmethode. Stahlbau 16 (1943) H. 1/3 S. 5, H. 4/5 S. 11.
- [7] H a b e l, A.: Berechnung der waagerechten Grundschiwingungen von Stockwerkrahmen nach der Energiemethode. Bauing. 16 (1935) H. 47/48 S. 485, H. 49/50 S. 496.

Vergleichende Betrachtungen über die verschiedenen technischen Einrichtungen zum Sandstrahlen von Stahlkonstruktionen

Von Oberingenieur H. Ackermann, Würzburg

DK 621.924.9

1. Einleitung

Die neue Technische Vorschrift der Deutschen Bundesbahn für den Rostschutz von Stahlbauwerken — kurz RoSt genannt —, die mit dem 15. März 1957 in Kraft getreten ist, schreibt für die Fertigung neuer Stahlbauten, insbesondere für die Fertigung neuer Stahlbrücken, u. a. folgendes vor:

Bei neuen Brücken-Bauwerken ist die Walzhaut (Zunder) vollständig zu beseitigen, bei den übrigen Stahlbauwerken, wenn diese erhöhten Korrosionsbeanspruchungen ausgesetzt sind. Lose Walzhaut ist in jedem Falle zu entfernen.

Etwa vorhandene Anstriche, Rost und Walzhaut werden restlos bis auf den reinen Stahl beseitigt. Dieser höchste Grad der Entrostung wird bei neuen Brückenbauwerken stets, bei den übrigen Stahlbauten nur in seltenen Fällen nötig sein.

Das Sandstrahlen und das Stahlkiesstrahlen ist nach Ansicht der RoSt das geeignetste Verfahren zur Entfernung der Walzhaut.

Die beim Strahlen auftretende Aufrauhung des Stahles muß gleichmäßig sein und darf nicht zu grob ausfallen, da sich sonst der Anstrich über die scharfen Grate und Spitzen dünn hinwegzieht und dadurch Ausgangspunkte für Unterrostungen entstehen.

Um die Aufrauhungen der Stahloberfläche möglichst klein zu halten, darf die Korngröße bei Sand und Stahlkies 1,2 mm nicht überschreiten.

Bei Reinigung ist feiner Sand unter 1 mm Korngröße zu verwenden.

Dieser kurzen Einleitung ist zu entnehmen, daß der Entrostung mit Sandstrahl oder mit Stahlkiesstrahl besonderes Augenmerk zu schenken ist.

2. Verschiedene Strahlanlagen

In den nachfolgenden Ausführungen sollen drei Fragen einer eingehenden Betrachtung unterzogen und die technischen Einrichtungen der verschiedenen Möglichkeiten zum Sandstrahlen von Stahlkonstruktionen erörtert werden:

1. Welche Einrichtungen sind notwendig, um die Forderungen der neuen RoSt zu erfüllen?
2. Inwieweit werden diese Forderungen durch Sandstrahl-, Sandfunken- oder durch das Vacu-Blast-Verfahren erfüllt?
3. Kritische Betrachtung und Gegenüberstellung dieser drei Verfahren.

Zur Frage 1 sei erwähnt, daß nach der neuen RoSt alle bekannten Entrostungsarten zugelassen sind, und zwar:

- a) Handentrostung mit Hammer, Schaber, Spachtel und Drahtbürste,
 - b) Maschinelle Entrostung, wie Schlag- oder Pickhämmer, rotierende Drahtbürsten usw.,
 - c) Sand- oder Stahlkiesstrahlen,
 - d) Flammstrahlen mit Azetylen-Sauerstoffflamme und
 - e) Chemische Entrostung nur im Badverfahren.
- Das Anstreichverfahren durch sogenannte Rostumwandler ist untersagt.

Die Wahl der Entrostung hängt von der Art der Konstruktion des Bauwerkes, dem Grad der Verrostung, von Güte und Ausmaß des an den Bauteilen noch festhaftenden Anstriches und von den örtlichen Verhältnissen ab.

In der neuen RoSt ist vermerkt, daß das Sandstrahlen und das Stahlkiesstrahlen die geeignetsten Verfahren zur Entfernung der Walzhaut sind. Hiermit dürfte die Frage 2 durch die neue RoSt selbst ihre Beantwortung gefunden haben, da die Entfernung der Walzhaut doch wohl die schwierigste Arbeit bei der Entrostung von Stahlteilen oder von Stahlbauteilen sein dürfte. Es bleibt somit noch die Frage 3 zu beantworten, in welcher die bekannten Sand- oder Stahlkiesstrahl-Entrostungseinrichtungen gegenübergestellt und einer kritischen Betrachtung unterzogen werden sollen:

Zum Entrosten von Stahl- oder Stahlbauten gibt es drei bekannte Einrichtungen, die sich bisher bestens bewährt haben, wenn sie zweckentsprechend eingesetzt worden sind. Die Wirtschaftlichkeit jeder einzelnen Einrichtung hängt nämlich lediglich von ihrem zweckentsprechenden Einsatz ab:

Die herkömmliche Sandstrahl- oder Stahlkiesstrahl-Anlage, für die eine besondere Halle notwendig ist.

Der Sandfunker, der in der Fertigungshalle aufgestellt werden kann und mit dem im Stahlbau meist nur Einzelteile, also nicht vorzusammengebautes Material, gestrahlt werden kann.

Die Vacu-Blast-Anlage, die ein vollkommen staubfreies Sand- oder Stahlkiesstrahlen an Einzelteilen und an vorzusammengebauten Teilen in der Fertigungshalle gestattet.

2.1 Die Sandstrahlanlage

Die älteste Art der Entrostung mit Sand- oder Stahlkiesstrahl ist die Entrostung mit der bekannten Sandstrahlanlage. Man kann sie als die klassische Entrostungsanlage mit Sand- oder Stahlkiesstrahl bezeichnen. Sie ist heute vielleicht noch die wirtschaftlichste und rascheste Entrostungsanlage, dürfte aber in Kürze mit starker Konkurrenz durch die Vacu-Blast-Anlage zu rechnen haben.

Für die herkömmliche Art der Entrostung mit Sandstrahl, also für die unter dem Namen „Sandstrahlanlage“ bekannte Entrostungsanlage, ist immer eine besondere Halle notwendig, auch wenn man — wie dies in neuerer Zeit vielfach geschehen — vom Sand zum Stahlkies oder Drahtkorn als Strahlgut übergeht.

Die Halle macht die Sandstrahlanlage teuer. So kostete beispielsweise eine Großsandstrahlanlage mit einer Halle von 28 m Länge, 21,3 m Breite und 13,8 m Höhe (einschließlich der 4,8 m hohen, unter der Erde liegenden Teile) für 8 Strahlstellen 650 000,— DM.

Wegen Silikosegefahr (Gefahr der Bildung einer Steinstaublung) wird in dieser Großstrahlanlage Stahlkies oder Drahtkorn verwendet. Das Drahtkorn hat eine Körnung von $0,6 \div 1,2$ mm und eine Festigkeit von 180 kg/mm². Die Tonne von diesem Drahtkorn kostet 1600,— bis 1800,— DM. Quarzsand mit 1—2 mm Körnung kostet die Tonne frei Werk nur 24,— DM.

Eine weitere Sandstrahlanlage aus dem Jahre 1956 hat eine Strahlkammer von 15 m Länge, 5,8 m Breite und 5 m Höhe, ohne die in die Tiefe gehende Einrichtung. Sie ist für 2 Strahlstellen vorgesehen. Wenn hierbei Konstruktionsteile mit mehr als 15 m Länge zum Strahlen kommen, dann bleibt die Eingangstür offen, und wenn die erste Hälfte des zu entrostenden Stückes gesandstrahlt ist, wird das Stück außerhalb der Halle gedreht und die zweite Hälfte kommt in die Strahlkammer. Auf diese Weise können Stücke mit 30 m Länge gesandstrahlt werden. Auch das Sandstrahlen von noch längeren Stücken würde keine Schwierigkeiten bereiten. Es müßten dann bei gutem Wetter die Längen in der Mitte über 2×15 m Länge hinaus im Freien gesandstrahlt werden, wie dies früher und auch heute noch anderweitig gehandhabt wird.

Im Anschluß an die 15 m lange Strahlkammer dieser Anlage befindet sich noch ein 4 m langer Raum mit dem gleichen Querschnitt $5,8 \times 5,0$ wie die Strahlkammer, in welchem die Luft- und Sandreinigungsanlagen untergebracht sind.

Der Querschnitt der Strahlkammer ergab sich aus der Größe der allgemein zum Sandstrahlen gelangenden Konstruktionsteile, wobei das Lademaß der Bundesbahn mit der üblichen Überbreite zugrunde gelegt wurde. Auf beiden Seiten längs der Strahlkammer ist soviel Raum vorgesehen, daß der Bedienungsmann bequem dort arbeiten kann.

Die Länge der Strahlkammer war baulich bedingt — sie wurde im Rahmen einer neuen Fabrikations- und Montagehalle mit er-

richtet — und wurde 15 m lang vorgesehen, obwohl die längsten bisher zum Strahlen gekommenen Stücke nur 12 m lang waren.

Die Strahlkammer ist rundum abgemauert mit Ausnahme der einen Stirnseite, die durch eine Tür verschlossen ist.

In die Strahlkammer führt ein Normalspurgleis. Die zum Sandstrahlen vorgesehenen Teile werden auf niedrigen Rollwagen dorthin gebracht und — je nach Erfordernis — mit einer oder mit zwei Düsen gestrahlt.

Der Fußboden in Höhe des Normalspurgleises besteht aus einem schweren Gitterrost, durch welchen das Strahlgut zusammen mit dem losgelösten Staub und Rost nach dem Sandstrahlen hindurchfällt. Die Flächen des unter dem Gitterrost liegenden Hallenbodens sind etwa 40° gegen die Horizontale zur Mitte hin geneigt. In der Mitte der Strahlkammer treffen die unter dem Gitterrost geneigt liegenden Bodenbleche nicht zusammen. Sie bilden dort einen schmalen Schlitz, durch welchen der verbrauchte Strahlsand, losgelöste Staub, Rost usw. auf ein Gummiförderband und auf diesem in die Elevator-Schöpfgrube in den bereits erwähnten 4 m langen Raum hinter der eigentlichen Strahlkammer gelangt. In diesem Raume befinden sich nämlich die Sandtransporteinrichtung, die Entstaubungsanlage, die Sandsichtung sowie die Elektro- und Rufanlage.

Aus der Elevator-Schöpfgrube werden Strahlsand, Staub, Rost usw. mittels Elevator hochbefördert und vor dem Einlaufen in den Vorratsbunker durch den Windsichter entstaubt. Der angefallene Staub wird dabei mit einem kleinen Zyklon und Hochdruckventilator abgeschieden und gesondert gebunkert. Beim Durchlaufen durch ein Rüttelsieb wird der windgesichtete Sand noch von beigemengten Grobteilen gereinigt. Der so wiederverwendungsfähig gereinigte Sand läuft in einen Vorratsbunker und von dort aus in ein Zweikammerdrucksandstrahlgebläse. Dieses Gebläse ist mit einer Regelausstattung ausgerüstet, die einen vollautomatischen Sandumlauf ermöglicht. Gesandstrahl wird mit Preßluft von 6 atü.

Das Sandstrahlen in der Strahlkammer verursacht eine enorme Staubentwicklung, der mit einer eigens hierfür entwickelten Entstaubungsanlage begegnet wird.

Die Entstaubungsanlage ist in dem 4 m langen Raum im Anschluß an die Strahlkammer untergebracht. Die Frischluftzufuhr zur Strahlkammer befindet sich in der Längsrichtung der Strahlkammer gesehen diagonal entgegengesetzt unter der Zugangstür.

Die zweckmäßigste Luftströmungsgeschwindigkeit beträgt 0,35 m/sec. Dies ergibt bei einem freien Strahlkammerquerschnitt von $5,8 \times 5,0 = 29,0$ m² und einer stündlichen Ventilatorleistung von 32 000 m³ einen etwa 75fachen Luftwechsel in der Stunde, was sich als vollkommen ausreichend erwiesen und gut bewährt hat. Die Luft in der Strahlkammer ist unter den vorgeschilderten Voraussetzungen nahezu staubfrei, so daß eine gegenseitige Behinderung der beiden Sandstrahler bei der Arbeit nicht eintritt.

Die Frischluft tritt durch entsprechend große Schlitze unter der Tür in die Strahlkammer ein. In der Längsrichtung der Strahlkammer gesehen befindet sich dem Frischluftertritt diagonal gegenüber an der Decke ein Niederdruckventilator, der die Luft aus der Strahlkammer absaugt und in eine Zyklonenbatterie drückt. Die Zyklonenbatterie ist so bemessen, daß Staubteilchen bis 10 Mikron sicher abgeschieden werden. Staubkörner kleiner als 10 Mikron werden in einem abfallenden Verhältnis aus der Luft ausgeschieden. Die Zyklone arbeiten nach dem Fliehkraftprinzip und bedürfen deshalb weder Wartung noch Reinigung. Der angefallene Staub kann durch eine Verschlussklappe abgelassen werden. Er fällt dann in einen darunterliegenden Transportwagen. Trotz der vorgeschriebenen guten Entstaubungsanlage ist es notwendig und Vorschrift, daß der Sandstrahler unter einem Helm arbeitet und dort durch eine getrennte Leitung von einem besonderen Ventilator her Frischluft erhält. In dieser Frischluftzuleitung befinden sich eine Heizbatterie und ein besonderer Filter, so daß dem Sandstrahler eine vorgewärmte, ganz saubere und einwandfreie Frischluft zugeführt wird, die in jedem Falle besser als die einer Preßluftanlage entnommene Frischluft ist.

Die Strahlkammer ist mit Langfeldeuchten mit Prallschutz aus Zelluloid beidseits längs der Decke beleuchtet. Sie besitzt ferner eine Signalanlage mit Hupe. Die Inbetriebnahme der gesamten Apparatur erfolgt von der Strahlkammer aus. Sämtliche Be-

dienungsteile sind mit Gummischürzen geschützt. Um Mauerwerk und die Stahlkonstruktion der Strahlkammer gegen Verschleiß durch abspringende Sandkörner zu schützen, sind diese mit 3 bis 4 mm dicken Gummiplatten versehen. Dadurch sind auch die abspringenden Sandkörner einem geringeren Verschleiß unterworfen.

Die Gesamtkosten der vorbeschriebenen Sandstrahlanlage, einschließlich Halle mit Fundamenten, der gesamten vorbeschriebenen maschinellen Ausrüstung und der Auskleidung der gesamten Strahlkammer mit Gummiplatten beliefen sich im Jahre 1956 auf 82 000,— DM, d. i. etwa ein Achtel der Kosten der schon erwähnten Großsandstrahlanlage.

In dieser Halle können im einschichtigen Betrieb mit zwei Düsen 250 bis 300 t Stahlkonstruktion monatlich gesandstrahlt werden.

Erwähnt sei, daß eine 8-mm-Düse bei 6 atü 4,2 m³/min oder 250 m³/h Preßluft verbraucht.

Der Quarzsand durchläuft die Sandstrahlanlage 8- bis 10mal. Dann wird er im Staubbehälter als Staub niedergeschlagen. Wenn der Stahlkies die Sandstrahlanlage vielleicht auch 10mal mehr durchläuft als der Quarzsand, so dürfte die Verwendung von Quarzsand für das Sandstrahlen wirtschaftlicher sein als die Verwendung von Stahlkies oder gar Drahtkorn.

2.2 Der Sandfunker

Charakteristisch für den Sandfunker ist, daß dieser nicht mit Preßluft betrieben wird. Das Strahlgut — vorwiegend also der Stahlkies — wird mittels Wurf-schaufeln, die mit sehr hohen Drehzahlen umlaufen, auf die zu entrostenden Werkstücke geschleudert, wodurch die Werkstücke, je nach Durchlaufgeschwindigkeit, metallblank entrostet werden können.

Für die Entrostung von fertigungszusammengebauter Stahlkonstruktion, wie dies bei der Sandstrahlanlage und bei der Vacu-Blast-Anlage möglich und üblich ist, kommt der Sandfunker weniger oder überhaupt nicht in Frage. Im Drehtrommel- oder Drehtischsandfunker werden vorwiegend kleinere Massengüter aus Stahl-, Grau-, Temper- und Rotguß, Zahnräder, Achsen, Blechplatten und sonstige kleinere Stahlkonstruktionsteile gereinigt und entrostet. Zum Entrosten von Blechen, Profileisen, Rohren, Platinen, Band-eisen und sonstigen Teilen, wie sie im Stahlbau vorkommen, dient eine Sandfunker-Spezial-Ausführung.

Über eine Reihe Transportwalzen von 300 mm Breite laufen in einer Fertigungshalle für Stahlleichtbau die zu entrostenden kleineren Walzprofile mit bis zu 2 m/min Geschwindigkeit durch eine Sandfunker-Spezial-Ausrüstung. In dieser Sandfunkenanlage sind 4 Schaufelpaare angeordnet, die sich mit sehr hoher Geschwindigkeit drehen und den Stahlkies schräg von oben auf die durchlaufenden, nebeneinander liegenden kleinen Walzprofile schleudern. Die Wurf-schaufeln stehen senkrecht zur Bewegungsrichtung der zu entrostenden Walzprofile. Wenn die Walzprofile in einer Richtung durch den Sandfunker gelaufen sind, werden sie umgekannt und die andere Seite auf dem Rückwege metallrein entrostet. Der verbrauchte Stahlkies wird in einer Grube gesammelt und mittels Elevator in einen hochliegenden Bunker befördert, von wo aus er durch sein Eigengewicht den Wurf-schaufeln wieder zufließt. Staub und Rost werden dabei durch Ventilator abgesaugt und in einem Stofffilter niedergeschlagen.

Die vorbeschriebene Sandfunker-Spezial-Anlage steht in der bereits erwähnten geschlossenen Stahlleichtbau-Fertigungshalle. Die Anlage ist so dicht, daß in ihrer Nähe stehende Arbeiter bei Ausführung ihrer Arbeiten in keiner Weise behindert werden.

In der Stahlleichtbau-Fertigungshalle werden u. a. folgende Profile verarbeitet, die vor Bearbeitung mit maximal 2 m/min durch den Sandfunker laufen:

- 20 · 20 · 3 mm
- 40 · 40 · 4 mm und
- T 30 · 30 · 4 mm

Von den □ 20 · 20 · 3 laufen etwa 500 lfd. m oder 0,45 t/h, von den □ 40 · 40 · 4 etwa 250 lfd. m oder 0,60 t/h und von den T 30 · 30 · 4 etwa 400 lfd. m oder 0,70 t/h durch den Sandfunker. Dies ergibt bei einschichtigem Betrieb (45 h/Woche) eine Monatsleistung von 100 bis 120 t. Für die Bedienung des Sandfunktors genügt ein Mann, der auch den gesamten Material- und -abtransport zum Sandfunker tätigt.

Der Platzbedarf für den vorbeschriebenen Sandfunker beträgt etwa 3,0 × 3,0 m. Für die Transporteinrichtungen vor und hinter der Maschine werden weiter 2 × 10 m Länge an Platz benötigt. Der Sandfunker hat einen elektrischen Anschlußwert von nur 14 kW. Die Anschaffungskosten für die ganze Anlage beliefen sich im Jahre 1952 auf 18 000,— DM einschließlich Kosten für Fundamente, Montage und Filtereinrichtung.

Zusammenfassend sei von der Sandfunkenanlage folgendes gesagt:

Sie arbeitet nicht mit Preßluft und eignet sich im Stahlbau vorwiegend zum Entrosten von Konstruktionsmaterial vor der Verarbeit-

Im Gegensatz zur Sandstrahlanlage ist eine besondere Halle nicht erforderlich. Die Entrostung mit Sandfunker kann inner- und außerhalb der Werks- und Fertigungshallen durchgeführt werden.

Das Konstruktionsmaterial kann mit dem Sandfunker metallblank entrostet werden, wird meist aber nur metallrein entrostet.

2.3 Die Vacu-Blast-Anlage

Bei der Vacu-Blast-Anlage wird mit Stahlkies gearbeitet. Es handelt sich hier um eine englische Erfindung (englisches Patent), die zunächst für das Reinigen von Schweißnähten entwickelt worden war. Erst später ist man dazu übergegangen, sie auch für die Entrostung im Stahlbau zu verwenden.

Die Vacu-Blast-Anlage Type NC beispielsweise könnte in einem Raum von etwa 3,00 × 2,50 m Grundrißfläche und etwa 2,50 m Höhe ohne weiteres untergebracht werden. Sie kostet mit allem notwendigen Ersatz- und Verschleißteilen etwa 35 000,— DM ohne Kompressor.

Wichtig ist, daß für das Entrosten mit der Vacu-Blast-Anlage keine besondere Halle notwendig ist. Mit ihr kann entrostet werden dort, wo das Werkstück in der Fertigungshalle gerade steht. Die Vacu-Blast-Anlage kann mit dem Hallen- oder Werkstättenkran dorthin transportiert werden, wo sie benötigt oder gebraucht wird.

Die ganze Anlage und das Entrosten bedient ein einziger Mann. Wenn die Elektromotore eingeschaltet sind und der Preßlufthahn geöffnet ist (für den Betrieb ist Preßluft mit 7 atü notwendig), nimmt der Bedienungsmann das Kopfstück der Vacu-Blast-Anlage zur Hand und beginnt mit der Entrostung des Werk- oder Brückenstückes.

In dem Kopfstück ist eine innere, runde Öffnung von vielleicht 25 mm ϕ , aus welcher der Stahlkies mit 7 atü Preßluft auf die zu entrostende Fläche des Werk- oder Brückenstückes geschleudert wird. Um die innere Öffnung führt eine äußere ringförmige Öffnung von vielleicht ebenfalls 25 mm Breite, durch welche der gelöste Rost, Staub und der verbrauchte Stahlkies sofort wieder abgesaugt werden. Rund um beide Öffnungen in dem Kopfstück sind etwa 10 mm dicke Bürsten angeordnet, die einen Austritt von Stahlkies, losgelöstem Rost und Staub mit Sicherheit verhindern, so daß an jeder beliebigen Stelle in der Fertigungshalle ohne Behinderung der anderen, in der Fertigungshalle laufenden Arbeiten entrostet werden kann.

Der abgesaugte Stahlkies wird innerhalb der Vacu-Blast-Anlage sofort vom Rost und Staub getrennt, so daß er anschließend wieder für die weitere Entrostung mit herangezogen werden kann.

Die Entrostung ist vollkommen, d. h. das Werk- oder Brückenstück wird nach Behandlung mit der Vacu-Blast-Anlage metallblank.

Für die Entrostung von Kleinteilen kann noch eine besondere Kammer geliefert werden, die ein Mann mit langen Lederhandschuhen von außen her bedient. Die Werkstücke kann er dabei durch eine Glasscheibe beobachten.

Zusammenfassend ist von der Vacu-Blast-Anlage folgendes zu sagen:

Eine besondere Halle ist für die Entrostung mit Vacu-Blast-Anlage nicht notwendig. Die Entrostung kann inner- und außerhalb der Werks- und Fertigungshallen durchgeführt werden.

Das Werk- oder Brückenstück wird bei Behandlung mit der Vacu-Blast-Anlage metallblank.

Die Vacu-Blast-Anlage arbeitet nicht so rasch wie eine Sandstrahlanlage.

Von den Vacu-Blast-Anlagen für das staubfreie Sandstrahlen werden z. Z. 5 Typen zu folgenden Preisen hergestellt:

Senior-Anlage	DM 47 400,—
Major 130 S CC-Anlage	DM 30 700,—
Major 130 S NC-Anlage	DM 25 300,—
Medium-Anlage	DM 9 100,—
Junior-Anlage	DM 3 900,—

Für die einzelnen Typen der Vacu-Blast-Anlage gibt die Firma folgende Leistungs- und Energiebedarfsdaten an:

Geräte Typen	Leistung in m³/h	Druckluft 7 atü in m³/h	Stromverbrauch in kWh
Senior, Hochleistungsstrahlkopf	25—50	480	20
Senior, 2 Standardstrahlköpfe	12—20	480	20
CC	6—10	240	12
NC	5—8	240	12
Medium	3—5	190	—

Nach Angaben der Firma kann zum Betrieb einer Vacu-Blast-Anlage außer Stahlkies auch jede andere Art von Strahlgut verwendet werden, und zwar:

Strahlsand, Quarz, Korund, Aluminiumoxyd, Glasmehl und Walnußschalengranulat.

3. Schlußbemerkung

Der Sandfunker eignet sich im Stahlbau vorwiegend als Spezialausführung zur Entrostung von Blechen und Profileisen vor der Verarbeitung, während Sandstrahl- und Vacu-Blast-Anlage in der Hauptsache für die Entrostung fertiger Stahl-Konstruktionen in Frage kommen dürften.

Die Sandstrahlanlage herkömmlicher Art, also die klassische Sandstrahlanlage, ist augenblicklich im Sinne der RoSt noch die wirtschaftlichste Entrostungseinrichtung, obwohl für sie eine besondere Halle notwendig ist.

Sandfunker und Vacu-Blast-Anlage können in der Fertigungshalle oder einer anderen Werkshalle aufgestellt und ohne Beeinträchtigung der anderen in dieser Halle laufenden Arbeiten betrieben werden.

Wenn die Vacu-Blast-Anlage weiterentwickelt wird, daß sie die klassische Sandstrahlanlage vollwertig zu ersetzen in der Lage ist, dürfte man in bezug auf Kostenersparnisse im Großstahlbrückenbau wieder einen Schritt vorwärts gekommen sein, da die Vacu-Blast-Anlage in der Fertigungshalle (Zusammenbauhalle) arbeiten kann, für die Sandstrahlentrostung nach der RoSt also keine besondere Halle mehr notwendig ist.

Verschiedenes

Der Neubau des „Time and Life Building“ im Rockefeller Center in New York

Das Rockefeller Center in New York City ist als das größte Geschäftshaus-Unternehmen in der ganzen Welt bekannt. Es besteht aus einer Gruppe von 15 Gebäuden, die eine Fläche von 50 500 qm im Herzen von Manhattan bedecken. Wegen der Zahl und der Vielgestaltigkeit der einzelnen geschäftlichen Unternehmungen wird das Rockefeller Center häufig auch als eine „City innerhalb einer City“ bezeichnet.

Diese monumentale Gebäudegruppe wird nun noch erweitert durch den Neubau des 48 Stockwerke hohen „Time and Life Building“ (Bild 1), das an der Westseite der „Avenue of the Americas“ zwischen 50. und 51. Straße im Entstehen begriffen ist und als ein Gemeinschaftswerk der Rockefeller Center Inc. und der Time Inc. anzusehen ist.

Das Time and Life Building besteht aus einem Turmbau und einem 7 Stockwerke hohen Nebengebäude. Der massive Turmbau wird sich 180 m über die „plazza“ erheben und keine zurückgesetzten Stockwerke (setbacks) aufweisen; alle Stockwerke werden die gleiche Mietfläche haben.

Bild 2 zeigt eine Zwischendecke mit den Stützenanordnungen sowie den im Kernhaus langsam, mittelschnell und schnell laufenden Fahrstühlen.

Der Nebebau, einen rechteckigen Winkel darstellend, umrahmt die Nord- und Westseite des Turmbaus. Der Gesamtbau soll bei einem Kostenaufwand von \$ 70 000 000 eine Mietfläche von 141 670 m² zur Verfügung stellen, die des Nebengebäudes allein wird 29 000 m² betragen. In den ersten 7 Geschossen der beiden Gebäude sind je Geschoß mehr als 4600 m² Mietfläche vorhanden.

Die Ausschachtung für das Time and Life Building erstreckte sich bis in eine Tiefe von 12 m unter dem Straßen-Niveau und wurde am 16. Mai 1957 begonnen. Etwa 215 000 t felsiger Grund waren zu sprengen und zu entfernen und etwa 12 150 t Beton mußten eingebracht werden. Mit den Schalarbeiten wurde am 1. November 1957 begonnen, im Herbst 1959 soll der Gesamtbau bezugsfertig sein.

Bild 3 gibt ein Bild von den Abmessungen eines 20-t-Trägerrostes für eine der Hauptstützen des Turmbaus. Bild 4 läßt die sehr beengte Baustelle und das Einschwenken eines 42 t schweren Stahlträgers erkennen. Die gesamte Stahlkonstruktion hat ein Gewicht von 28 000 t; mit ihrer Aufstellung wurde am 3. April 1958 begonnen und Ende November 1958 sollte sie beendet sein. Man hoffte dann damit, gemessen an Zeit und Gewicht, einen neuen Leistungsrekord für Gebäude dieser Größe erzielt zu haben.

Von Interesse beim Baufortgang und für die Einrichtung der Baustelle dürfte auch die Verwendung einer fahrbaren Hilfsstation sein, die aus einem Aluminiumtrailer von 12,6 m Länge und 2,5 m Breite besteht, der alle Einrichtungen enthält, die für eine erste ärztliche Hilfe notwendig sind.



Bild 1. Modellaufnahme des Time and Life Building

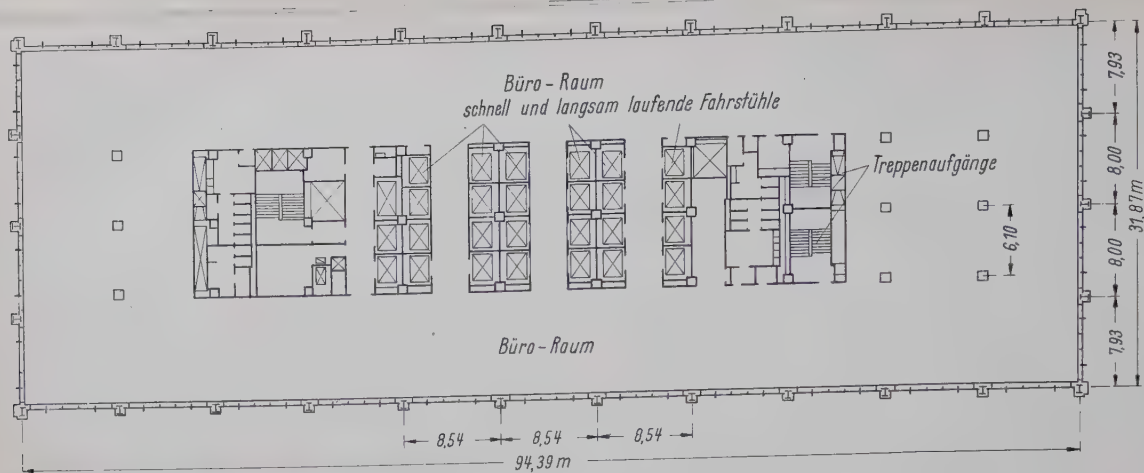


Bild 2.
Stützenanordnung
mit Raumaufteilung
des Hauptgebäudes



Bild 3. 20 t-Trägerrost für eine der Hauptstützen der Turmbaues



Bild 4. Blick auf die Baustelle

Das „Time and Life Building“ ist in seinen beiden Teilen ein typischer Stahlskelettbau, dessen Außenwand als „curtain wall“ ausgebildet ist, ähnlich verschiedenen anderen neueren US-Stahlhochbauten, die an anderer Stelle beschrieben wurden.¹⁾

Wie schon Bild 1 erkennen läßt, ist, um den vom Architekten gewünschten Eindruck einer durchgehenden Glaswand zu erzielen, auch den Fensterbrüstungen die Glaswand vorgeschaltet. Die Stützen der Außenwand sind mit Kalkstein umkleidet. Damit erhält nicht nur die ganze Fassade eine besondere Betonung, auch rein praktisch erscheint die Steinverkleidung vorteilhaft, da sie die Unter-

¹⁾ Weiss, W.: Ein neuer Stahl-Aluminium-Wolkenkratzer in New York. Stahlbau 24 (1955) H. 8 S. 187/88. — Der Neubau der Webb und Knapp Gesellschaft 112, 34. Straße in New York City. Stahlbau 24 (1955) H. 10 S. 229/31. — Der Neubau des Lever-Hauses in New York. Bauingenieur 27 (1952) H. 10 S. 371/74. — Das „Alcoa Building“ in Pittsburgh USA. Bauingenieur 28 (1953) H. 6 S. 193/97. — Der Neubau des Socony Mobil Building in New York. Bauingenieur 31 (1956) H. 5 S. 167/71. — Der Neubau des Seagram Buildings in New York. Bauingenieur 32 (1957) H. 10 S. 377/81. — Der Erweiterungsbau der Börse in New York. Bauingenieur (1958) H. 5 S. 161.

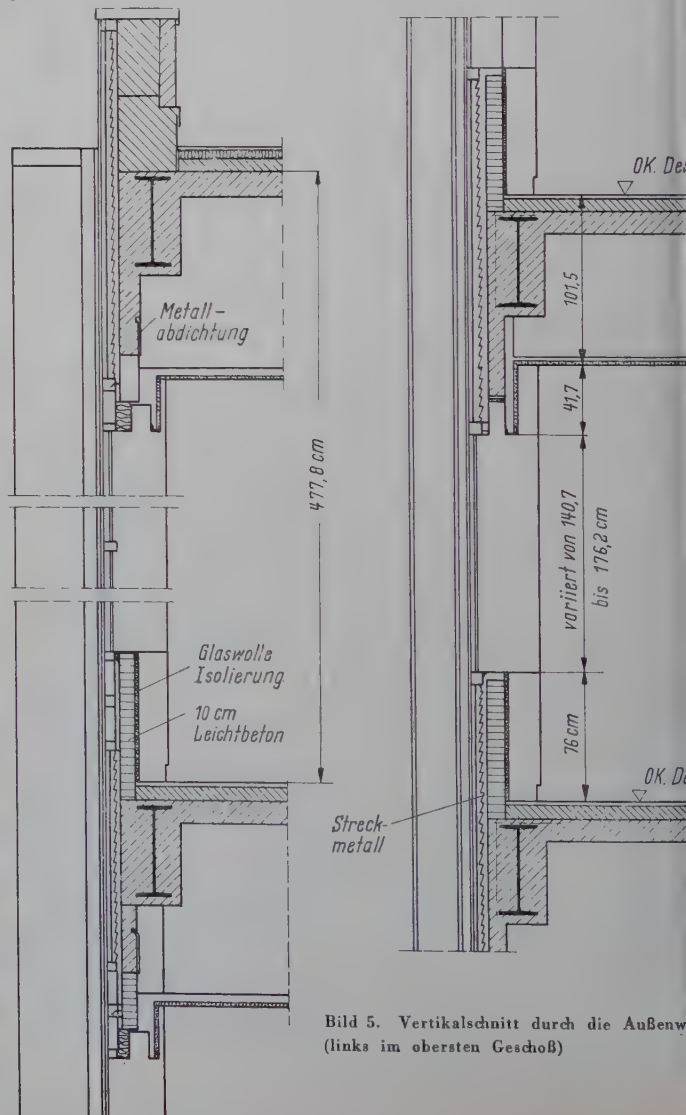


Bild 5. Vertikalschnitt durch die Außenwand
(links im obersten Geschoß)

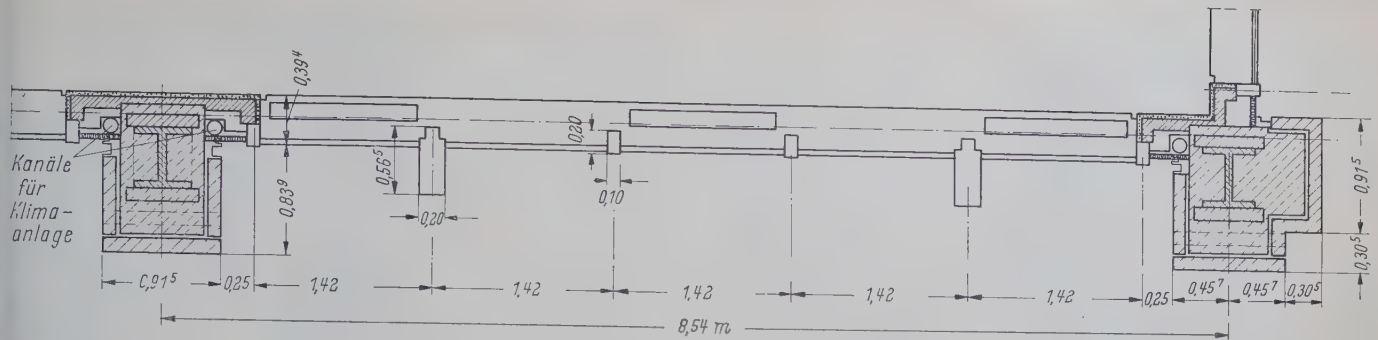


Bild 6. Horizontalschnitt durch die Wand mit typischer Mittel- und Eckstützenausbildung

bringung der aufsteigenden Leitungskanäle für die Klima-Anlage ermöglicht. Die zwischen den Stützen befindlichen Glasfelder von 8,4 m Breite sind aufgeteilt in 5 Fensterflächen mit Leicht-Aluminium-Fensterpfosten. Zurückliegend befinden sich zum Schutze vor zu starker Sonnenbestrahlung die in USA sehr gebräuchlichen Jalousien (Venetian Blinds). Die Bilder 5 und 6 zeigen die Außenwand und die Stützen in Schnitten. In Anpassung an die äußere

Erscheinung des Turmes sind auch die Wände des siebenstöckigen Nebengebäudes gleichartig ausgebildet.

Bauherr ist das Rockefeller Center Inc. und die Firma Time Inc. Architekten sind die Herren Harrison & Abramowitz & Harris. Die statische Berechnung stellten die Herren Edwards & Hjorth auf, die Stahlkonstruktion lieferte die Bethlehem Steel Comp.

Dr.-Ing. W. Weiss, Traunstein

Neue Wege des Korrosionsschutzes

Die gefürchtete Unterwanderung oder Unterrostung bei Stahl kann nach einer geeigneten Vorbehandlung durch neu entwickelte Schutzanstriche oder Spritzbeschichtungen gebannt werden. Zinco-Fluid bewirkt einen kathodischen Schutz und verhindert die Unterrostung, ist schon nach wenigen Minuten staubtrocken und kann nach wenigen Stunden auch mechanisch beansprucht werden. Die Oberfläche muß vor der Auftragung trocken, öl-, fett- und staubfrei sein, so daß am besten das Sandstrahlen angewendet wird, weil dabei gleichzeitig in einem Arbeitsgang die erforderliche Aufrauung der Oberfläche erzielt wird. Dadurch kann die Haftfähigkeit des Zinco-Fluid wesentlich erhöht werden. Leichter Rostanflug oder stellenweise sogar fest haftender Rost gefährden den kathodischen Korrosionsschutz dann nicht, wenn der elektrisch leitende Kontakt zwischen Zink oder Zinco-Fluid zum Eisen gesichert ist. Bleiverbindungen als Grundierung, wie Bleimennige, schalten unbedingt aus.

Schon die Zusammensetzung dieser Neuentwicklung läßt Rückschlüsse auf die Schutzwirkung zu. Es besteht aus einem relativ hohen Zusatz von besonders ausgewählten Silikonen, die überwiegend an der Oberfläche einer Beschichtung in der Form zur Auswirkung kommen, daß sie an sich schon gegen Korrosionen schützen, die aus der Atmosphäre kommen (Wetterbeständigkeit). Im Verhältnis zu anderen Verzinkungen ist daher die Lebensdauer beachtlich verlängert. Dazu kommt ferner ein Kunststoff-Anteil, der als Bindemittel dient und einen Ölfarbenanstrich überflüssig macht. Damit ist schon eine sehr wesentliche Arbeitseinsparung gegeben, denn es fällt der Grundierungsanstrich mit Bleimennige weg und außerdem auch noch der Ölfarbenanstrich. Der Farbpigmentanteil ist außerdem so hoch bemessen (92 %), damit eine kathodische Wirkung zuverlässig eintreten kann. Eigentlichen Träger des Korrosionsschutzes ist der Kunststoffanteil; der Zinkanteil sichert die elektrochemischen Vorgänge, bei denen das Zink zur Opferkathode wird. Wird nun Zinco-Fluid als Grundierung benutzt, genügt eine Schicht (ca. 20 bis 25 μ); werden jedoch in besonderen Fällen zwei bis drei Schutzschichten aus Zinco-Fluid aufgetragen (insgesamt 55 bis 60 μ), ist die Wirkung noch größer. Zusätzlich können nun, wenn besondere Angriffsfaktoren vorliegen, noch Corr-Unit-40 oder -60 aufgetragen werden. Die Deckschichten sichern die Porendichtigkeit und schalten — als zweite Sicherung — ebenfalls eine Unterrostung aus. Hinsichtlich der Aggressoren ist das neuentwickelte Mittel gegen Alkohol, Äther, Aceton, Benzin, Benzol und Gemischen derselben sowie gegen Glycerin, Stickstoff, Kohlensäure, trockenes Ammoniak, trockenes Chlor und gereinigtes trockenes Leuchtgas vollkommen immun, ebenso gegen Wasser. Es ist kochfest bis 200° C sowie gegen trockene Wärme bis 300° C temperaturbeständig.

Dem Schutz hocherhitzter Stahlobjekte, wie befeuerte oder beheizte Apparaturen und Großobjekte aus Stahl in der chemischen Industrie, dient das gleichzeitig neu entwickelte Pyronit. Kamine, Schornsteine, die heiße Abgase führen, Stahlkonstruktionen im Freien von chemischen Betrieben, die dem Wetter ausgesetzt sind, ferner hitzebeeinflusste Konstruktionen in Hüttenbetrieben, Kokereien, Raffinerien und Dampfkessel, sowie Dampfmaschinen, Dampfturbinen und Drehöfen, Gasturbinen und Generatoren, Heißdampf-Fernleitungen und -Anlagen, Ölf Feuerungen und -Raffinerien können für Temperaturen zwischen 300 und 600° C von diesem Mittel Gebrauch machen. Dieses Mittel muß jedoch eingebrannt werden, wofür auch Betriebstemperaturen bis 400° C verwendet werden können ohne daß also betriebliche Unterbrechungen eintreten. Die Schichtdicke muß 80 μ in drei Schichten ergeben (zu je 25 μ ewa), von denen eine Schicht die Grundierung darstellt, zwei weitere Deckschichten sind. Pyronit enthält hochwertige Silikonharze mit Aluminiumbronze. Es werden äußerst haltbare, temperaturbeständige Schutzanstriche damit erzielt, so daß diese Neuentwicklung einem bestehenden Mangel wirksam abhilft.

Gegen die Einwirkung aggressiven kochenden Wassers wurde eine dritte Möglichkeit des Korrosionsschutzes entwickelt, die in aller Kürze, als Corr-Unit-Hydrodur bezeichnet, in Fabrikation gehen wird. Als Grundlage dienten in Kombination Aethoxilin und Polyamidharz. Hierfür muß eine genau ausgewählte Grundierung vorgenommen werden und genau nach Vorschrift verfahren werden. Bei Corr-Unit-Hydrodur ist selbst Ozoneinwirkung unschädlich, ebenso wie auch die Einwirkungen von schwachen Säuren und Laugen, jedoch ist es nicht beständig gegen Kresole und Phenole, wohl aber gegen die meisten der üblichen Lösungsmittel. Nach 30 Minuten ist dieses Mittel bereits staubtrocken. Luftfeuchtigkeit bis zu 90 % Wassergehalt wirkt sich hierbei nicht störend aus.

Ein neueres Verfahren ist auch das Flammsspritzen von Kunststoffen, für das Kunststoffpulver verwendet werden. Es handelt sich um Pulver auf der Basis von Polyäthylen, die mit einem Flammsspritzgerät aufgebracht werden. Als Betriebsgas wird Azetylen, Leuchtgas oder Wasserstoff mit Druckluft verwendet, jedoch muß eine möglichst rauhe, durch Sandstrahlen aufgerauhte Oberfläche vorhanden sein, so daß die Kunststoffüberzüge fest haften, wenn sie auch keine innige chemische Verbindung mit der Stahloberfläche eingehen, sondern eher nur ein Überzug oder Belag sind, der eine Dicke von 0,8 bis 1,2 mm besitzt. Dadurch wird der Stahl immun gegen Angriffe von Säuren, Gasen, Dämpfen, Chemikalien der verschiedensten Art, und zwar je nach der Widerstandsfähigkeit des verwendeten Kunststoffes gegen diese Angriffsstoffe. Hans H. Reinsch

Persönliches

Dr.-Ing. Hans Herrmann 65 Jahre

Am 19. 3. 1959 vollendete Herr Dr.-Ing. Hans Herrmann sein 65. Lebensjahr. Von seinem Vater, der durch Jahrzehnte die Geschicke des Werkes Gustavsburg der MAN leitete, wurde er schon frühzeitig mit den praktischen Problemen des Stahlbaues und den vielseitigen Fragen, die bei der Führung großer Industriewerke auftraten, vertraut gemacht. Nach Beendigung des ersten Weltkrieges, den er von Anfang bis zum Ende als Offizier an der Front mit-

erlebte, widmete er sich seinem Studium des Bauingenieurwesens. Anschließend konnte er als Assistent bei Prof. Beyer in Dresden auch einen wesentlichen Einblick in wissenschaftliches Arbeiten gewinnen und zum Doktor-Ingenieur promovieren.

Dies waren die günstigen Voraussetzungen für ein dann beginnendes, energiegeladenes Leben als Ingenieur und großer Industrieführer, z. T. in Oberschlesien, zum größten Teil im Ruhrgebiet. Wie er selbst unermüdlich tätig war, so wußte er — und dies ist ein



wesentliches Kennzeichen eines großen Mannes — alle seine Mitarbeiter und die von ihm betreuten Menschen zu immer neuen und besonderen Leistungen anzuapornen, ihnen immer neue Probleme aufzuzeigen und immer neue Aufgaben zu stellen. Unzählige Entwicklungen auf dem Gebiete des Großbrückenbaues, der zerlegbaren Brücken und Pontonbrücken, des Stahlwasser-, des Industrie-, des Großbagger- und Behälterbaues u. a. m. sind durch seine Aufgabstellungen und Anregungen maßgeblich beeinflußt worden. Modernen Werkstatt- und Montageeinrichtungen galt sein besonderes

Augenmerk. Auch der Stahlbau des Krupp-Konzerns errang durch seine Leistungen internationale Bedeutung.

Persönlich bezeichne ich es als günstige Fügung in meinem Leben, daß mein Lebensweg durch fast ein Jahrzehnt mit dem von Dr. Herrmann gekoppelt war. Alle, die mit ihm zusammenarbeiteten, haben immer wieder Bewunderung seiner Tatkraft gezollt.

Es würde hier viel zu weit führen, alle die Ausschüsse (wie Deutscher Ausschuß für Stahlbau), Gremien und Vorstände von Werken aufzuzählen, in denen er mitwirkte. Das gleiche gilt auch für seine technischen und wirtschaftlichen Leistungen, die der Fachwelt bekannt sind, denn Dr. Herrmann war eine der maßgeblichen Persönlichkeiten in der Entwicklung des deutschen Stahlbaues während der letzten 3 Jahrzehnte. Ähnlich einem Haudegen aus vergangenen Zeiten, mit rauher Schale, aber mildem Kern, leitete er die Seinen. Auch seine Gegner haben ihm nie die Achtung versagt. Seine Freunde aber wünschen ihm, nachdem er sich nun aus dem Berufsleben zurückgezogen hat, daß es ihm vergönnt sein möge, in bester Gesundheit die Freuden und Schönheiten dieser Welt genießen zu können, die er sich bisher infolge übermäßiger Arbeiten versagen mußte.

Sattler

Dipl.-Ing. Hans Wenk 60 Jahre

Am 17. April 1959 konnte Hans Wenk das 60. Lebensjahr vollenden. Wenngleich Wenk heute nicht mehr im engeren Bereich des Stahlbaues tätig ist, so werden doch viele Stahlbaubeflissene seiner in freundschaftlicher Gesinnung gedenken, ist doch sein Wirken im Stahlbau bei allen denjenigen, die ihm beruflich begegneten, in nachhaltiger Erinnerung.

Wenk wurde am 17. 4. 1899 in Goslar als Sohn des Rektors Karl Wenk geboren. Kaum 18jährig wurde er Teilnehmer des ersten Weltkrieges. Von 1919—1922 studierte er Maschinenbau an der Technischen Hochschule Hannover, die er im Sommer 1922 nach bestandener Diplom-Prüfung verließ.

Nach kurzer Tätigkeit als Direktionsassistent bei Ludwig Löwe & Co. AG, Berlin, kam Wenk im Mai 1923 zum Berliner Ingenieurbüro der Deutschen Maschinenfabrik AG (DEMAG). Im Bereich der DEMAG hat sich sodann das weitere berufliche Leben Wenks vollzogen. Bis 1945 blieb er im Berliner Büro der DEMAG, dessen technischer Leiter er seit 1933 war. Wenk gehört zu den Deutschen, denen durch Willkür oder Zufall ein besonderes Leidensmaß als Kriegsfolge zugemessen war. Er wurde in Berlin von den Russen aus nie geklärten Gründen verhaftet und mußte die Zeit von Mai 1945 bis August 1948 in russischen Internierungslagern verbringen. Wenk hat diese mit körperlichen und seelischen Nöten belasteten Jahre ungebrochen überstanden.

Als Wenk nach dieser Haftzeit seiner Firma für neue Aufgaben zur Verfügung stand, trat er erstmals in engere Beziehungen zum Stahlbau. Er wurde im Dezember 1948 mit der Leitung der Stahlbau-Abteilungen der DEMAG betraut. In dem nun folgenden Jahrzehnt entfaltete Wenk eine Arbeit, die gleichermaßen fruchtbar war für sein Werk wie für den Stahlbau im allgemeinen. In dieser Zeit des wirtschaftlichen Erstarkens der Bundesrepublik, des Wiederaufbaues deutscher Exportleistungen fielen der DEMAG Aufgaben zu, die auch an ihre Stahlbau-Abteilungen ungewöhnliche Anforderungen in technischer und organisatorischer Beziehung stellten. Der besonderen Begabung Wenks, schnell und klar wesentliche Zusammenhänge zu erfassen, kamen diese Aufga-

ben entgegen. Hinzu kamen alle im Menschlichen liegenden Eigenschaften, die ihn zur Führung eines großen Betriebes und als Verhandlungsführer im In- und Ausland prädestinierten.

Die gleichen Eigenschaften waren es, die ihm das Vertrauen seiner Berufskollegen einbrachten und ihn im Verbandsleben sehr schnell eine maßgebende Rolle übernehmen ließen. So wurde Wenk bereits 1950 zum stellvertretenden Vorsitz der seinerzeit auf die britische Besatzungszone beschränkten Fachverbandes Stahlbau berufen, 1951 wurde er in den Vorstand des damals für den Bereich des ganzen Bundesgebietes wieder errichteten Deutschen Stahlbau-Verbandes gewählt. Er hat dem Vorstand angehört bis zu dem Zeitpunkt, in dem er infolge seiner Berufung zum Vorsitz des Vorstandes der Kampnagel Aktiengesellschaft (vormals Nagel & Kaemp) in Hamburg den Aufgaben des Stahlbaues entzogen wurde.

In seiner 1953 erfolgten Berufung in den Ständigen Ausschuß der Internationalen Vereinigung für Brücken- und Hochbau fand das Ansehen, das sich Wenk nicht nur beim deutschen Stahlbau, sondern darüber hinaus im internationalen Bereich erworben hatte, sichtbaren Ausdruck.

Der Jubilar, der auch heute noch mit den Männern aus dem Stahlbau in freundschaftlicher Beziehung steht, kann seinen Geburtstag im Vollbesitz körperlicher und geistiger Spannkraft feiern. Möge ihm die Gnade einer guten Gesundheit auch fernerhin erhalten bleiben. In diesem Wunsche vereinen sich alle diejenigen aus den Reihen des Stahlbaues, die ihm aus der Zeit gemeinsamer beruflicher Arbeit freundschaftlich verbunden blieben.

Hans Hecht

Bücherschau

Büstraan, P.: Handboekje voor Staalconstructies. 184 Seiten mit 362 Bildern, 49 Tafeln, 2. überarbeitete Auflage, Deventer-Antwerpen 1958, Verlag N. V. Uitgevers-Maatschappij AE. E. Kluwer.

Das im Taschenbuchformat herausgebrachte Büchlein widmet sich im wesentlichen dem allgemeinen Stahlhochbau. Der Stoff gliedert sich in elf Kapitel. Die ersten Abschnitte umfassen die Elemente des Stahlbaues, wie Zug-, Druck-, Biegestäbe, Stützen und Verbindungsmittel. In den übrigen Kapiteln wird die konstruktive Anwendung an Fachwerken (Dachbindern und Fachwerkwänden), Bühnen und biegesteifen Rahmen diskutiert. Die Berechnung der Anschlußkräfte und die Festigkeitsnachweise der Verbindungen stehen im Vordergrund der Betrachtungen. In sorgsamer Kleinarbeit sind alle Abschnitte mit vielen konstruktiven Details versehen, oftmals in mehreren Varianten. Bemessungsbeispiele erhalten durch Übersichten oder Kurventafeln allgemeine Gültigkeit. Dabei ist auch auf Beispiele aus deutschen Standardwerken zurückgegriffen, die der Verfasser in seinem Schrifttumsnachweis angezogen hat.

Dem kritischen Leser wird auffallen, daß die niederländischen Normen in manchen Gebieten hinter der technischen Entwicklung nachhinken, so zum Beispiel in den Stabilitätsfragen und in der Schweißtechnik. Daher mag es kommen, daß gewisse konstruktive Beispiele einer fortschrittlichen Kritik nicht standhalten können.

Das Buch wendet sich vor allem an den Konstrukteur, dem es als Nachschlagewerk für Berechnung und Entwurf dienen soll. Außerdem will es dem Lernenden Anregungen vermitteln und Diskussionsgrundlage sein. Soll es darüber hinaus — wie es der Verfasser in seinem Vorwort zur 2. Auflage wohl anklingen läßt — in der Fachwelt zum niederländisch-deutschen Gedankenaustausch beitragen, wird es auch im deutschen Sprachraum seine Aufgabe erfüllen.

Dr.-Ing. Schaefer

Unser Verlagsprogramm im Dienst der Technik

Beton- und

Stahlbetonbau

Stahlbau

Bautechnik — Statik

Straßenbau

Brückenbau

Wasserbau

Holzbau

Starkstromtechnik

Elektrotechnik

Fordern Sie bitte unseren Sonderprospekt,
Fachbücher und Fachzeitschriften
für Studium und Praxis

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn
Berlin-Wilmersdorf

Die Tragfähigkeit metallischer Baukörper in Bautechnik u. Maschinenbau

Eine Übersicht über die Fragen der Tragfähigkeits-
lehre und -forschung bei Stahl und Leichtmetall

Von Dr.-Ing. KARL HELMUT RÜHL

VIII, 184 Seiten, 143 Bilder, davon 23 Kurventafeln,
umfangreiche Zahlenangaben, Sach- und Namen-
verzeichnis

Gr. 8°. Geheftet DM 24,— Ganzleinen DM 27,—

Der Ingenieur, ob Wissenschaftler, Konstrukteur, Statiker oder Werkstoffprüfer, der sich über diese und die damit zusammenhängenden Fragen des Spannungsabbaues, der Versprödung, der Dauerfestigkeit unterrichten will, steht heute vor einer erschreckenden Vielfalt von Untersuchungen. Sie sind in Veröffentlichungen, Zeitschriften, älteren und neueren Werken verstreut, sie scheinen sich in vielen Fällen zu widersprechen und sind in anderen nur schwer verständlich. Im vorliegenden Werk werden die Arbeiten und Überlegungen sowie die Versuchsergebnisse zusammengefaßt.

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

STELLENANGEBOTE

DEMAG

W i r s u c h e n

STATIKER (Dipl.-Ing.)

mit guten Kenntnissen und lang-
jährigen Erfahrungen in der Kon-
struktion von Hüttenwerks- und
Zechenbauten als

Gruppenführer u. stellv. Abt.-Ltr.

Bewerbungen mit allen Unterlagen
sowie Angabe der Gehaltswünsche
erbeten an

DEMAG AKTIENGESELLSCHAFT DUISBURG

ABTEILUNG P 1

VERSCHIEDENES

HAUSFASSADEN AUS NICHTROSTENDEN BLECHEN

Maßgebende Firma sucht einschlägige
Firmen, die Montagearbeiten an Hoch-
häusern ausführen können.

Zuschriften erbeten unter Nr. 20 330 an die
Anzeigenabteilung DER STAHLBAU, Berlin-
Wilmsdorf, Hohenzollerndamm 169.

Beilagenhinweis:

Der Inlandsauflage liegen Prospekte der Firmen

Rudolf Haufe Verlag, Freiburg/Brsq.;

**Holzfaserplattenwerk Odenwald,
Amorbach/Unterfranken**

bei, die wir unseren Lesern zur Beachtung empfehlen



STAHLHOCHBAU
BRÜCKENBAU
INDUSTRIEHALLEN
KRAN- U. VERLADEANLAGEN

STAHLKONSTRUKTIONEN



EISENWERKE KAISERSLAUTERN



Mit Pfeil-Flex

Schrupp- und Trennscheiben

arbeiten Sie am wirtschaftlichsten

FELDMÜHLE
A.-G.

WERK KOHOLYT-WESSELING
(22c) WESSELING BEZ. KÖLN

Nur rechtzeitige

Abonnements - Erneuerung

kann dazu beitragen, daß Ihnen Ihre unentbehrliche Fachzeitschrift ohne Unterbrechung weitergeliefert wird.

Bestellen Sie deshalb bitte umgehend

DER STAHLBAU bei Ihrem bisherigen Lieferanten:

Buchhändler oder Postzusteller



Abdeckroste
stabil
trittsicher

STEINHAUS
GMBH · MÜLHEIM (RUHR) · SPELDORF

Auch die

Mangfall-Brücke

(vgl. „Der Stahlbau“ Heft 4/1959, S. 88)

ruht wie viele andere

moderne Brückenbauwerke

- sicher
- zuverlässig
- formschön

auf Brücken-Auflagern aus

„Kreutz-Panzerstahl“

Hertz-Pressung $\sigma = 25,5 \text{ t/cm}^2$

FRITZ KREUTZ K.G.

Erkrath b. Düsseldorf

Telefon 64 23 31/32 — Fernschreiber 08 586731

Druckfehlerberichtigung der Anzeige in Heft 4 „Der Stahlbau“ statt (Sigmazeichen) = σ


SANDSTRAHL-GEBLÄSE

System Camphausen D.B.P.a.,
mit eingebautem Öl-
und Wasserabscheider

sofort ab Lager

hierzu sämtliches Zubehör

Franz Klein jr. KG., Mülheim-Ruhr, Postf. 91, Tel.: 4 82 70



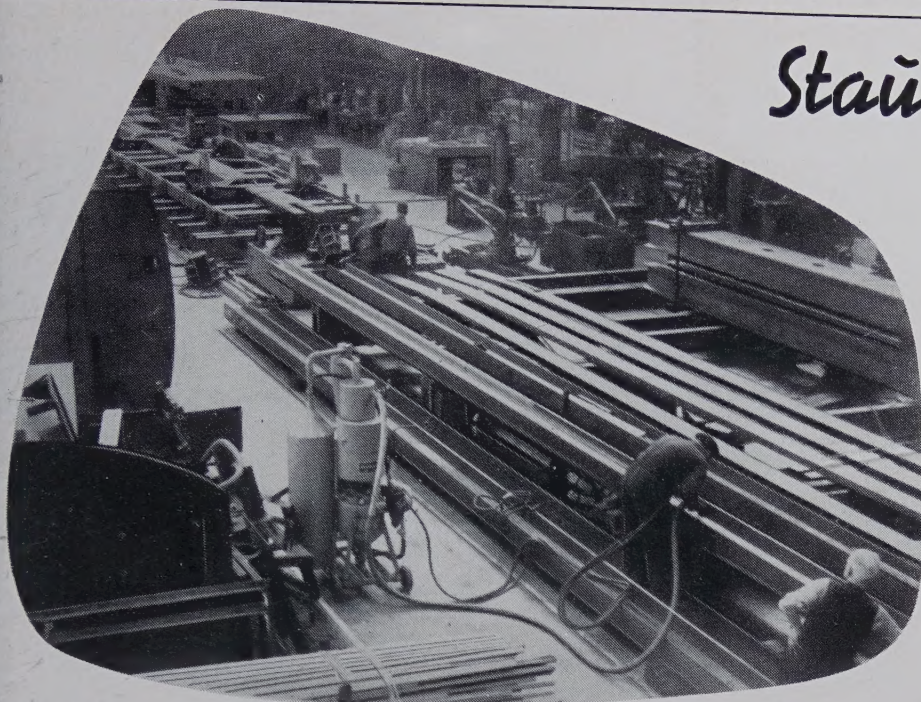
FLIESS
U.P. Schweißgerät

40 Jahre
Fabrikfließ
1915-1955
DUISBURG

Anzeigen in

DER STAHLBAU

stets im Blickfeld der Auftraggeber



Staubfreies

SANDSTRAHEN

**VACU-
BLAST**

Entzundern von Profileisen
aller Abmessungen auch
innerhalb von Werkhallen

FÜR ALLE INDUSTRIEZWEIGE

Verlangen Sie ausführliche Unterlagen unter Angabe des Verwendungszweckes

MUNK & SCHMITZ VERTRIEBSGESELLSCHAFT M. B. H. **KÖLN-POLL**

Fernruf: Sa.-Nr. 8 30 01

Drahtwort: munkwerke Köln

Fernschreiber: 887 3393



Diamant-Stahlsand

(seit über 40 Jahren bewährt)

Thermodur-Stahlsand

Vera-Stahlkorn

Granal

Filgra-Drahtkorn

sonstige Strahlmittel

Eisenwerk Würth GmbH.

BAD FRIEDRICHSHALL-JAGSTFELD

Ruf: 201 u. 202 · Fernschr.: 0728717 „wuerth frdshall“

Metallogen Gelsenkirchen
VERWALTUNG UND WERK
WATTENSCHIED
RUF: 84 03 · POSTFACH: 145

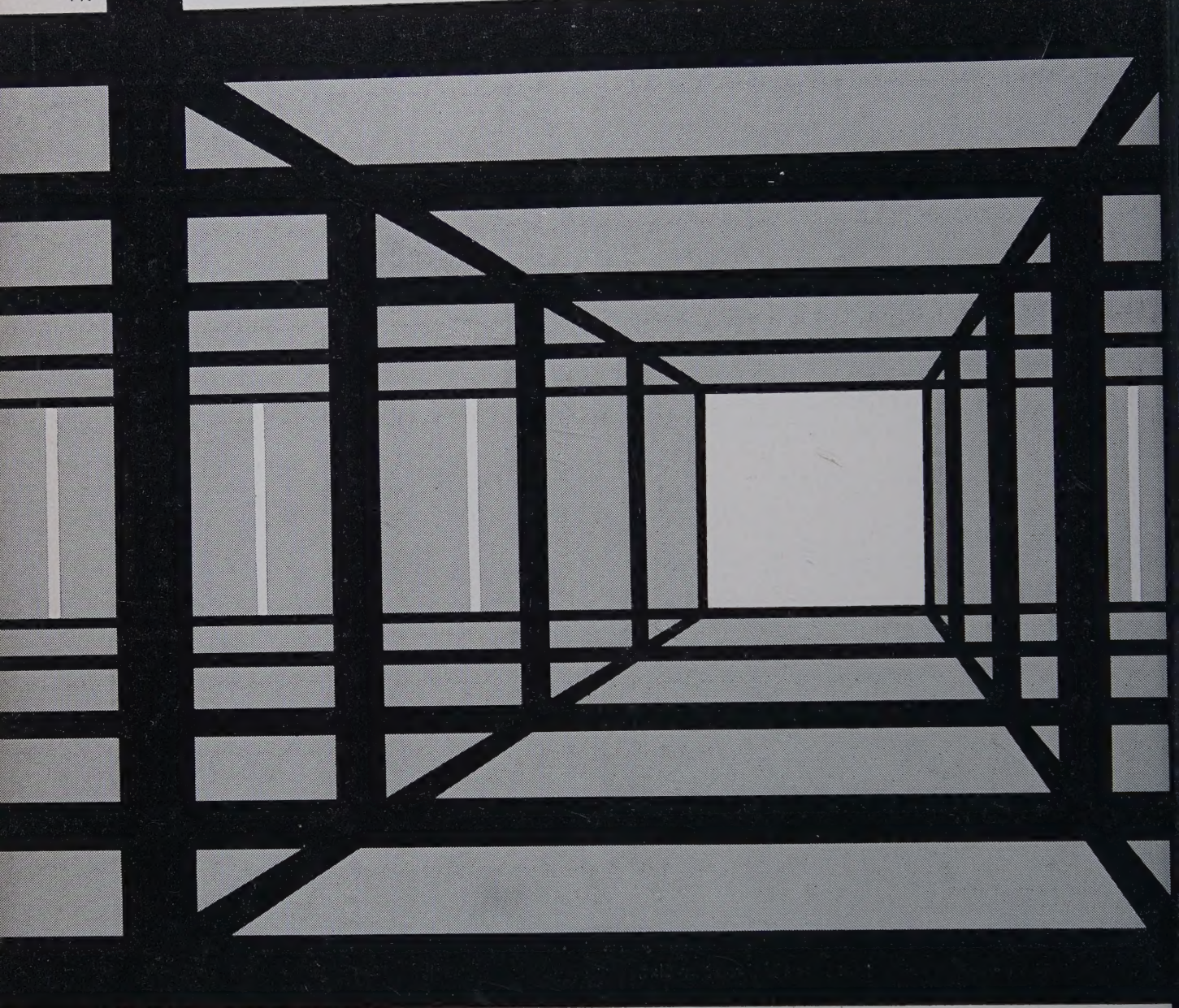
*Metallogen-Elektroden
Einmal erprobt, immer gelobt.*

mif

Wir suchen in verschiedenen Bezirken weitere Fachvertreter u. Wieder-
verkäufer zu günst. Bedingungen. Anfragen erbitten wir direkt an uns.

RÖCHLING

FK



**Stabeisen, Formeisen,
Breitflanschträger,
Bänder, Walzdraht,
Oberbaumaterial,
Torstahl, Noristahl.**



Röchling'sche Eisen- und Stahlwerke GmbH Völklingen-Saar